ΕΦΗΜΕΡΙΔΑ
ΤΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ
ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑΣ

31 Δεκεμβρίου 2019 | ΤΕΥΧΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ | Αρ. Φύλλου **4904**

ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ

Αριθμ. 203584/Δ2

Πρόγραμμα Σπουδών του μαθήματος των Μαθηματικών της Γ' τάξης Γενικού Λυκείου.

**Η ΥΦΥΠΟΥΡΓΟΣ
ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ**

Έχοντας υπόψη:

1. Τις διατάξεις του άρθρου 42 παρ. 2 περ. α του ν. 4186/2013 (Α' 193) «Αναδιάρθρωση της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης και λοιπές διατάξεις».

2. Τις διατάξεις του άρθρου 2 παρ. 3 περ. α υποπ. ββ του ν. 3966/2011 (Α' 118) «Θεσμικό πλαίσιο των Πρότυπων Πειραματικών Σχολείων, Ίδρυση Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής, Οργάνωση του Ινστιτούτου Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων "ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ" και λοιπές διατάξεις».

3. Το π.δ. 81/2019 (Α' 119) με θέμα «Σύσταση, συγχώνευση, μετονομασία και κατάργηση Υπουργείων και καθορισμός των αρμοδιοτήτων τους -Μεταφορά υπηρεσιών και αρμοδιοτήτων μεταξύ Υπουργείων».

4. Το π.δ. 83/2019 (Α' 121) με θέμα «Διορισμός Αντιπροέδρου της Κυβέρνησης, Υπουργών, Αναπληρωτών Υπουργών και Υφυπουργών».

5. Το π.δ. 84/2019 (Α' 123) με θέμα «Σύσταση και κατάργηση Γενικών Γραμματειών και Ειδικών Γραμματειών/Ενιαίων Διοικητικών Τομέων Υπουργείων».

6. Τη με αριθμ. 6631/Υ1/20-07-2019 (Β' 3009) απόφαση του Πρωθυπουργού και της Υπουργού Παιδείας και Θρησκευμάτων με θέμα: «Ανάθεση αρμοδιοτήτων στην Υφυπουργό Παιδείας και Θρησκευμάτων, Σοφία Ζαχαράκη».

7. Τις διατάξεις του άρθρου 90 του κώδικα Νομοθεσίας για την Κυβέρνηση και τα κυβερνητικά όργανα, που κυρώθηκε με το άρθρο πρώτο του π.δ. 63/2005 (Α' 98).

8. Τις με αριθμ. 61/20-12-2018, 34/29-08-2019 και 42/17-10-2019 πράξεις του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής.

9. Το γεγονός ότι από την παρούσα απόφαση δεν προκαλείται δαπάνη εις βάρος του κρατικού προϋπολογισμού του Υ.ΠΑΙ.Θ. για τις δαπάνες που καλύπτονται από αυτόν, σύμφωνα με την με αριθμ. Φ.1/Γ/551/171448/Β1/04-11-2019 εισήγηση του άρθρου 24 του ν. 4270/2014 (Α' 143), όπως αντικαταστάθηκε με το άρθρο 10 παρ. 6 του ν. 4337/2015 (Α' 129), της Γενικής Διεύθυνσης Οικονομικών Υπηρεσιών του Υπουργείου Παιδείας και Θρησκευμάτων, αποφασίζουμε:

Το Πρόγραμμα Σπουδών του μαθήματος των Μαθηματικών της Γ' τάξης Γενικού Λυκείου ορίζεται ως εξής:

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ, Γ' ΤΑΞΗ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το παρόν Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών της Γ' τάξης Γενικού Λυκείου περιλαμβάνει τις θεματικές της Ανάλυσης και των Στοχαστικών Μαθηματικών, οι οποίες και αποτελούν τον κορμό των Προγραμμάτων Σπουδών των Μαθηματικών. Ειδικότερα:

1. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Η Μαθηματική Ανάλυση απαιτεί την ανάπτυξη ενός τρόπου σκέψης ποιοτικά διαφορετικού από αυτόν που γνώρισαν οι μαθητές/μαθήτριες στην Άλγεβρα και στη Γεωμετρία. Ο πυρήνας αυτού του διαφορετικού τρόπου σκέψης είναι οι άπειρες διαδικασίες και ο προσδιορισμός αγνώστων ποσοτήτων μέσα από την προσέγγισή τους οσοδήποτε «κοντά» από γνωστές ποσότητες. Μια πρώτη επαφή με τέτοιου τύπου διαδικασίες είχαν οι μαθητές/μαθήτριες στην Ευκλείδεια Γεωμετρία με τον υπολογισμό του εμβαδού κύκλου. Αυτή η διαδικασία υπολογισμού έχει ως βάση την έννοια του ορίου, η οποία αποτελεί την θεμελιώδη έννοια της Ανάλυσης. Οι βασικές υποπεριοχές της Ανάλυσης του παρόντος Προγράμματος Σπουδών είναι:

• Συναρτήσεις

Γίνεται αρχικά σύντομη ανασκόπηση των βασικών στοιχείων των συναρτήσεων (Ορισμός, Ισότητα, Πράξεις, Σύνθεση, Μονοτονία, Ακρότατα).

• Όριο και η συνέχεια συνάρτησης

Εισάγεται εποπτικά η έννοια του ορίου συνάρτησης στο xo και χωρίς αναφορά στο ε ορισμό. Παρουσιάζεται εποπτικά η έννοια της συνέχειας μιας συνάρτησης σε ένα σημείο xo του πεδίου ορισμού της. Τα θεωρήματα Bolzano και ενδιάμεσης τιμής χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό του πρόσημου μιας συνεχούς συνάρτησης

• Διαφορικός Λογισμός

Με αφορμή την προσπάθεια για τον ορισμό της εφαπτομένης μιας καμπύλης σε ένα σημείο της και της στιγμιαίας ταχύτητας ενός κινητού, εισάγεται η έννοια της παραγώγου μιας συνάρτησης σε ένα σημείο της. Έτσι καθορίζεται η γεωμετρική σημασία της παραγώγου μιας συνάρτησης, που είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της στο σημείο αυτό, καθώς και η φυσική σημασία της παραγώγου, που είναι ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους π.χ. στιγμιαία ταχύτητα.

Στην ενότητα αυτή οι μαθητές/μαθήτριες πρέπει να δουν και να αντιμετωπίσουν εφαρμογές σε προβλήματα που αφορούν στη στιγμιαία ταχύτητα, στην επιτάχυνση κινητού, στον ρυθμό μεταβολής, κ.ά., ώστε να φανεί η αποτελεσματικότητα των εργαλείων της Ανάλυσης σε περιπτώσεις, οι οποίες δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν με άλλα εργαλεία.

• Ολοκληρωτικός Λογισμός

Η έννοια του ορισμένου ολοκληρώματος εισάγεται με το πρόβλημα του υπολογισμού του εμβαδού ενός παραβολικού χωρίου και με τρόπο που να αναδεικνύει την αξιοποίηση των αθροισμάτων και της οριακής διαδικασίας για την εύρεση - υπολογισμό του εμβαδού. Η ενότητα του ολοκληρώματος (όπως και της παραγώγου) είναι μία από αυτές όπου, εκτός από την κατανόηση των εννοιών, οι μαθητές/μαθήτριες πρέπει να δουν και να αντιμετωπίσουν εφαρμογές σε προβλήματα. Μέσα από προβλήματα που αφορούν στην εύρεση εμβαδού, θα φανεί η αποτελεσματικότητα των εργαλείων του Απειροστικού Λογισμού σε περιπτώσεις, οι οποίες δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν με άλλα εργαλεία. Η διδασκαλία της Ανάλυσης με τις ιδιαίτερα «λεπτές» έννοιες και τις οριακές διαδικασίες που μέσω αυτών εφαρμόζονται, μπορεί να δημιουργήσει στους/στις μαθητές/μαθήτριες παρανοήσεις και λανθασμένες αντιλήψεις και εικόνες για τις έννοιες και τα θεωρήματά της, με συνέπεια να αντιμετωπίζουν σοβαρά εμπόδια τόσο στο στάδιο της προετοιμασίας τους όσο και στη μετέπειτα πορεία τους στην τριτοβάθμια εκπαίδευση. Γι' αυτό πρέπει να υπάρξει μια ισορροπία και σύνδεση των τυπικών λύσεων και των αντίστοιχων οπτικών αναπαραστάσεων με στόχο την κατανόηση των ιδιοτήτων της Ανάλυσης σε ένα πρώτο διαισθητικό επίπεδο.

2. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τα Στοχαστικά Μαθηματικά, ως μέρος του παρόντος Προγράμματος Σπουδών, αποβλέπουν: α) στην καλλιέργεια της στοχαστικής σκέψης των μαθητών/μαθητριών, και β) στην αξιοποίησή τους στη μάθηση άλλων επιστημονικών πεδίων που η τεκμηρίωση των αποτελεσμάτων τους βασίζεται στα αποτελέσματα και τις μεθόδους των Στοχαστικών Μαθηματικών. Πιο συγκεκριμένα:

• Με τη Στατιστική, που ολοένα και περισσότερο οι μέθοδοί της χρησιμοποιούνται για τη μελέτη σύνθετων επιστημονικών και κοινωνικών θεμάτων, επιδιώκεται η εξοικείωση με τα στατιστικά δεδομένα, η οργάνωση και η περιγραφή τους με ένα μέτρο κεντρικής τάσης και ένα μέτρο διασποράς, η κριτική τους ανάγνωση, η επιλογή κατάλληλου μέτρου για την απάντηση σε ερώτημα που να αφορά τα δεδομένα αυτά και η κατάκτηση των βασικών τεχνικών μελέτης και παρουσίασης των χαρακτηριστικών ενός πληθυσμού

• Οι Πιθανότητες προσφέρουν τις μεθόδους με τις οποίες προσδιορίζουμε ένα μέτρο της βεβαιότητας, με την οποία αναμένεται να πραγματοποιηθεί ή να μην πραγματοποιηθεί ένα ενδεχόμενο. Η έννοια της πιθανότητας εισάγεται, αφού εξηγηθούν οι έννοιες του πειράματος τύχης του δειγματικού χώρου και του ενδεχομένου. Η έννοια της πιθανότητας διαμορφώνεται με βάση την έννοια της σχετικής συχνότητας, η οποία έχει ήδη αναφερθεί στο κεφάλαιο της Στατιστικής, που προηγήθηκε. Τέλος, στα στοιχεία Συνδυαστικής που παρατίθενται, αναφέρονται οι βασικές έννοιες που είναι απαραίτητες για την επίλυση προβλημάτων απαρίθμησης, δηλαδή προβλημάτων, στα οποία τίθεται το ερώτημα «πόσα» ή με «πόσους τρόπους», διευρύνοντας έτσι και το πλήθος των δειγματικών χώρων.

Η διδασκαλία των Στοχαστικών Μαθηματικών στο Λύκειο στοχεύει στην ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών/μαθητριών να «διαβάζουν» κριτικά ένα σύνολο δεδομένων, να επιλέγουν τον τρόπο (οργάνωση, παράσταση και κατάλληλα μέτρα), ώστε να περιγράψουν «τι δείχνουν» αυτά τα δεδομένα και να νοηματοδοτήσουν μεθόδους λήψης αποφάσεων σε καταστάσεις/φαινόμενα που χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα ως προς την έκβασή τους. Οι παραπάνω ικανότητες δεν είναι χρήσιμες μόνο σε ένα σύγχρονο πολίτη και επαγγελματία, αλλά αποτελούν σημαντικό μέρος του υπόβαθρου της σύγχρονης έρευνας και των εφαρμογών, στον ακαδημαϊκό στίβο. Γι' αυτό, προτείνεται να προταχθούν στη διδασκαλία των Στοχαστικών Μαθηματικών της Γ' τάξης του Γενικού Λυκείου, προβλήματα, διερευνήσεις και ερωτήματα σε αυτή την κατεύθυνση και να μην γίνει κεντρικός στόχος της διδασκαλίας οι (αναγκαίοι) αλγεβρικοί υπολογισμοί (π.χ. μέτρων θέσης και διασποράς) και οι ασκήσεις με αλγεβρικά τεχνάσματα. Με τον τρόπο αυτό επιχειρείται οι μαθητές και οι μαθήτριες να γίνουν «κοινωνοί» του στοχαστικού τρόπου σκέψης και να τους δοθεί ο χρόνος να εμβαθύνουν σε τέτοιας υφής γνώση, χρησιμοποιώντας οι ίδιοι/ίδιες τις αντίστοιχες πρακτικές.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

<table>
<tr><td colspan="3">Α΄ ΜΕΡΟΣ: ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ</td></tr>
<tr><td colspan="3">ΕΝΟΤΗΤΑ 1:
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ (12 ΩΡΕΣ)</td></tr>
<tr><td>ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΑ ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ
Οι μαθητές και οι μαθήτριες είναι ικανοί/-ές να:</td><td>ΘΕΜΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ</td><td>ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ - ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ</td></tr>
<tr><td>• γνωρίζουν τις βασικές έννοιες της Στατιστικής (πληθυσμός και δείγμα, μεταβλητή, ποιοτικές και ποσοτικές μεταβλητές), να τις διακρίνουν σε κατάλληλα παραδείγματα και να τις χρησιμοποιούν στην τεκμηρίωση των απόψεών τους
• κατασκευάζουν πίνακες κατανομής συχνοτήτων
• γνωρίζουν τις διάφορες μορφές των γραφικών παραστάσεων κατανομών συχνοτήτων
• παριστάνουν γραφικά μια κατανομή συχνοτήτων
• αντλούν πληροφορίες και να ερμηνεύουν κριτικά στατιστικά γραφήματα
• επιλέγουν την κατάλληλη μορφή γραφικής παράστασης που μπορεί να απαντήσει σε συγκεκριμένα ερωτήματα που τίθενται</td><td>Βασικές έννοιες Στατιστικής

Παρουσίαση στατιστικών δεδομένων

Κατανομές συχνοτήτων</td><td>Οι μαθητές/μαθήτριες θα ασκηθούν στην κατασκευή και στην ανάγνωση:
- Ραβδογράμματος
- Κυκλικού Διαγράμματος
- Εικονογράμματος
- Ιστογράμματος
- Πολυγώνου Συχνοτήτων

Με κατάλληλα παραδείγματα θα κατανοήσουν οι μαθητές/τριες την ανάγκη ομαδοποίησης των δεδομένων.
Να επισημανθεί, με κατάλληλα παραδείγματα ο κίνδυνος παραπλάνησης που υπάρχει από την ανάγνωση ενός στατιστικού διαγράμματος.</td></tr>
</table>

• γνωρίζουν και να υπολογίζουν: - τις παραμέτρους θέσεως μιας κατανομής συχνοτήτων, - τις παραμέτρους διασποράς μιας κατανομής συχνοτήτων	Μέτρα και Θέσης και Διασποράς	Από τα μέτρα θέσεως θα αναφερθούν οι παράμετροι: - μέση τιμή - επικρατούσα τιμή - διάμεσος ενώ από τα μέτρα διασποράς οι παράμετροι: - εύρος - διακύμανση - τυπική απόκλιση Θα αναφερθούν οι βασικές ιδιότητες των μέτρων θέσεως και διασποράς και θα επιλυθούν προβλήματα σύγκρισης δύο κατανομών συχνοτήτων με τη βοήθεια των παραμέτρων. Επίσης θα αναφερθούν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα που παρουσιάζει η χρήση κάθε παραμέτρου. Στόχος της διδασκαλίας δεν είναι η απομνημόνευση τύπων και οι μακροσκελείς υπολογισμοί, αλλά η αναγνώριση από τους/τις μαθητές/τριες για κάθε μέτρο θέσης ή διασποράς: - του είδους της πληροφορίας που αναπαριστά (κεντρική τάση, διασπορά κ.λπ.), - των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών του (π.χ. «ευαισθησία» της μέσης τιμής στην μεταβολή των ακραίων τιμών ενός δείγματος), - της καταλληλότητάς του για να απαντηθούν συγκεκριμένα ερωτήματα που αφορούν ένα δείγμα (ή έναν πληθυσμό). Γι’ αυτό δε θα ζητείται απομνημόνευση πολύπλοκων τύπων, πέρα από αυτούς που αντιστοιχούν στον ορισμό κάθε μέτρου. Π.χ. για τη μέση τιμή: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} t_i}{\nu}$, όπου ν είναι το μέγεθος τους δείγματος.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ (13 ΩΡΕΣ)		
ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΑ ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ Οι μαθητές και οι μαθήτριες είναι ικανοί/-ές να:	ΘΕΜΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ	ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ - ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ
• γνωρίζουν τις βασικές έννοιες των πιθανοτήτων (πείραμα τύχης, δειγματικός χώρος, ενδεχόμενο) και να χρησιμοποιούν με σωστό τρόπο τη σχετική ορολογία • γνωρίζουν τον προσθετικό νόμο των πιθανοτήτων και τις εφαρμογές του, και να τον χρησιμοποιούν στην επίλυση αλλά και στην ερμηνεία αποτελεσμάτων προβλημάτων Πιθανοτήτων	Η έννοια της πιθανότητας Κλασικός, αξιωματικός ορισμός της πιθανότητας Κανόνες λογισμού πιθανοτήτων	Έχει σημασία να δημιουργηθεί το πλαίσιο, μέσα από κατάλληλα παραδείγματα, για τον ορισμό της έννοιας της πιθανότητας. Οι μαθητές/τριες θα ασκηθούν στις διάφορες τεχνικές προσδιορισμού του δειγματικού χώρου ενός πειράματος τύχης και στην απαρίθμηση των στοιχείων του. Θα αναφερθούν μόνο παραδείγματα που ο δειγματικός τους χώρος είναι πεπερασμένος. Θα γίνει επανάληψη των πράξεων των συνόλων και με τη βοήθεια διαγραμμάτων Venn θα ασκηθούν οι μαθητές στη συμβολική και γραφική έκφραση των πράξεων των ενδεχομένων. Στον ορισμό της έννοιας της πιθανότητας ενός ενδεχομένου θα τηρηθεί η σειρά με την οποία ιστορικά εξελίχθηκε η έννοια αυτή. Θα τονισθεί ότι οι θετικοί αριθμοί $p_1, p_2, \ldots, p_\nu$ με $\Sigma p_i=1$ μπορούν να θεωρηθούν ως μια κατανομή πιθανότητας ενός πεπερασμένου δειγματικού χώρου με ν στοιχεία.
• γνωρίζουν τη βασική αρχή απαρίθμησης και να μπορούν να τη χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων • γνωρίζουν τις έννοιες των μεταθέσεων και των διατάξεων και να μπορούν να τις χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων • γνωρίζουν την έννοια του συνδυασμού και να μπορούν να τη χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων	Βασικές έννοιες συνδυαστικής και επίλυση προβλημάτων πιθανοτήτων με συνδυαστικές μεθόδους.	Στα στοιχεία Συνδυαστικής αναφέρονται οι βασικές έννοιες που είναι απαραίτητες για την επίλυση προβλημάτων απαρίθμησης δηλαδή προβλημάτων στα οποία τίθεται το ερώτημα «πόσα « ή με «πόσους τρόπους». Το κυρίαρχο εργαλείο για τη λύση των προβλημάτων θα είναι η βασική αρχή απαρίθμησης, της οποίας άμεση εφαρμογή είναι ο υπολογισμός του πλήθους των συνδυασμών διατάξεων και των μεταθέσεων. Κρίνεται σκόπιμο διδακτικά, οι μαθητές να γνωρίζουν τις αποδείξεις των τύπων (πώς αυτοί οι τύποι προκύπτουν από τη βασική αρχή απαρίθμησης), χωρίς να είναι απαραίτητη η απομνημόνευσή τους. Προτείνεται οι μαθητές/-τριες να λύσουν ρεαλιστικά και ενδιαφέροντα, ως προς το περιεχόμενο, προβλήματα Θεωρίας Πιθανοτήτων με χρήση μεθόδων Συνδυαστικής.

<table>
<tr><th colspan="3">Β΄ ΜΕΡΟΣ: ΑΝΑΛΥΣΗ</th></tr>
<tr><th colspan="3">ΕΝΟΤΗΤΑ 1: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ (37 ΩΡΕΣ)</th></tr>
<tr><th>ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΑ ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ
Οι μαθητές και οι μαθήτριες είναι ικανοί/-ές να:</th><th>ΘΕΜΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ</th><th>ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ - ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ</th></tr>
<tr><td>• γνωρίζουν τον ορισμό και το συμβολισμό της συνάρτησης
• βρίσκουν το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης όταν δίνεται ο τύπος της και να γνωρίζουν πότε δύο συναρτήσεις είναι ίσες
• αναπαριστούν γραφικά τις βασικές συναρτήσεις (πολυωνυμικές, ρητές τριγωνομετρικές, εκθετικές και λογαριθμικές) και να αντλούν πληροφορίες από τις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων
• βρίσκουν το άθροισμα, τη διαφορά το γινόμενο, το πηλίκο και τη σύνθεση συναρτήσεων
• γνωρίζουν την έννοια της μονοτονίας (γνησίως αύξουσα, γνησίως φθίνουσα), των ακροτάτων συνάρτησης, της 1-1 συνάρτησης, καθώς και της αντίστροφης συνάρτησης</td><td>Έννοια συνάρτησης</td><td>Οι μαθητές/τριες έχουν έρθει σε επαφή με την έννοια της συνάρτησης και σχετικές έννοιες σε προηγούμενα χρόνια. Στην Γ΄ τάξη του Λυκείου γίνεται μια συστηματική παρουσίαση και συμπλήρωση αυτών των εννοιών.

Για την κατανόηση των πράξεων να γίνεται χρήση των ΤΠΕ.
Η σύνθεση συναρτήσεων θα εισαχθεί με παραδείγματα. Επισημαίνεται ότι για την κατανόηση της έννοιας της σύνθεσης συναρτήσεων και την αξιοποίηση της αργότερα είναι αρκετά μερικά απλά παραδείγματα μονοτονίας (γνησίως αύξουσα , γνησίως φθίνουσα), των ακροτάτων συνάρτησης, της 1-1 συνάρτησης, καθώς και της αντίστροφης συνάρτησης.</td></tr>
<tr><td>• γνωρίζουν την έννοια του ορίου συνάρτησης και τις ιδιότητες των ορίων
• γνωρίζουν την έννοια της οριζόντιας και της κατακόρυφης ασύμπτωτης
• βρίσκουν τα όρια απλών συναρτήσεων με τη βοήθεια των ιδιοτήτων των ορίων
• υπολογίζουν το όριο σύνθετης συνάρτησης</td><td>Όριο συνάρτησης</td><td>Η προσέγγιση στην έννοια του ορίου θα γίνει εποπτικά. Δεν θα αναφερθεί ο ε- ορισμός.
Να τονισθεί ότι, για να έχει νόημα η αναζήτηση του ορίου μιας συνάρτησης f σε σημείο x_0 (πεπερασμένο ή μη) δεν απαιτείται η f να είναι ορισμένη στο x_0 , αλλά να ορίζεται «όσο θέλουμε κοντά στο x_0 ».
Με κατάλληλα παραδείγματα θα εισαχθεί η έννοια της κατακόρυφης και της οριζόντιας ασύμπτωτης. Ενδείκνυται η χρήση των ΤΠΕ.
Επίσης, θα διδαχθούν χωρίς απόδειξη οι ιδιότητες που αναφέρονται:
• Στο όριο και τη διάταξη
• Στο όριο και τις πράξεις
• Στο κριτήριο παρεμβολής και ως εφαρμογή θα υπολογιστούν τα όρια:
$\lim_{x\to x_0} \eta\mu x$, $\lim_{x\to x_0} \sigma\upsilon\nu x$,
$\lim_{x\to x_0} \frac{\eta\mu x}{x}$ και $\lim_{x\to 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x}$
Επισημαίνεται ότι η διδασκαλία του ορίου δεν είναι αυτοσκοπός, αλλά στοχεύει στην προετοιμασία για την εισαγωγή της παραγώγου και του ολοκληρώματος.
Γι’ αυτό πρέπει να αποφευχθεί η άσκοπη «ασκησιολογία» που θα καθυστερήσει την έγκαιρη εισαγωγή των μαθητών/τριών στην παράγωγο και το ολοκλήρωμα.</td></tr>
</table>

• γνωρίζουν: - πότε μια συνάρτηση είναι συνεχής σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της, - τις ιδιότητες των συνεχών συναρτήσεων και τις βασικές συνεχείς συναρτήσεις, - τις ιδιότητες συνεχών συναρτήσεων σε κλειστό διάστημα.	Συνέχεια συνάρτησης	Η έννοια της συνέχειας θα εξηγηθεί πρώτα εποπτικά και ακολούθως θα δοθεί ο μαθηματικός ορισμός της. Επισημαίνεται ότι αντικείμενο της μελέτης της συνέχειας συνάρτησης αποτελούν συναρτήσεις που ορίζονται σε διάστημα ή ένωση διαστημάτων. Γι’ αυτό δεν εξετάζεται η συνέχεια μιας συνάρτησης σε μεμονωμένο σημείο. Να γίνουν παραδείγματα γραφικών παραστάσεων συνεχών συναρτήσεων. Τα θεωρήματα του Bolzano και μέγιστης και ελάχιστης τιμής θα εξηγηθούν εποπτικά και θα αποδειχθεί το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών. Τα θεωρήματα αυτά θα χρησιμοποιηθούν για τη διαπίστωση της ύπαρξης ρίζας της εξίσωσης f(x)=0, τη μελέτη του πρόσημου και τον προσδιορισμό του συνόλου τιμών μιας συνεχούς και γνησίως μονότονης σε διάστημα συνάρτησης.
ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ (46 ΩΡΕΣ)		
ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΑ ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ Οι μαθητές και οι μαθήτριες είναι ικανοί/-ές να:	ΘΕΜΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ	ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ - ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ
• βρίσκουν την παράγωγο μιας συνάρτησης σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της με τη βοήθεια του ορισμού • βρίσκουν την εφαπτομένη] της γραφικής παράστασης μιας συνεχούς συνάρτησης σε ένα σημείο της • αποδεικνύουν τους κανόνες παραγώγισης (άθροισμα, γινόμενο, πηλίκο) • γνωρίζουν τον τύπο παραγώγισης σύνθετης συνάρτησης • υπολογίζουν τις παραγώγους των βασικών συναρτήσεων • υπολογίζουν τις παραγώγους συναρτήσεων χρησιμοποιώντας τους κανόνες παραγώγισης. • επιλύουν προβλήματα ρυθμού μεταβολής	Έννοια της παραγώγου Παράγωγος συνάρτησης	Με αφορμή την προσπάθεια για τον ορισμό της εφαπτομένης μιας καμπύλης σε ένα σημείο της και της στιγμιαίας ταχύτητας ενός κινητού, εισάγεται η έννοια της παραγώγου μιας συνάρτησης σε ένα σημείο της. Έτσι καθορίζεται η γεωμετρική σημασία της παραγώγου μιας συνάρτησης που είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της στο σημείο αυτό, καθώς και η φυσική σημασία της παραγώγου, που είναι ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους π.χ. στιγμιαία ταχύτητα. Με χρήση παραδειγμάτων στα οποία η εφαπτομένη είτε διαπερνά είτε έχει περισσότερα από ένα κοινά σημεία με τη γραφική παράσταση συνάρτησης, να τονισθεί η τοπική έννοια της εφαπτομένης. Να αποδειχθεί ότι αν μια συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό. Θα χρησιμοποιηθούν τόσο ο συμβολισμός $f'(x_0)$ του Lagrange όσο και ο συμβολισμός $\frac{df(x)}{dx}\Big\|_{x=x_0}$ του Leibnitz. Ιδιαίτερη σημασία θα δοθεί στην κατανόηση των εννοιών, «στιγμιαία ταχύτητα» και «στιγμιαία επιτάχυνση».

• μελετούν μια συνάρτηση ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα. • μελετούν μια συνάρτηση ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής • υπολογίζουν όρια με τους κανόνες • de L’ Hospital • βρίσκουν τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης • σχεδιάζουν τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης • επιλύουν προβλήματα μεγίστων και ελαχίστων	Μελέτη συνάρτησης	Με τη μελέτη συνάρτησης υλοποιείται ο σημαντικότερος στόχος της διδασκαλίας της ενότητας των παραγώγων. Τα θεωρήματα Rolle και μέσης τιμής θα παρουσιαστούν και θα εξηγηθούν γεωμετρικά, ενώ θα αποδειχθεί το θεώρημα του Fermat, καθώς και οι προτάσεις που προκύπτουν ως συνέπεια του ΘΜΤ. Θα προσδιοριστούν και οι ασύμπτωτες της υπερβολής. Θα δοθούν πραγματικά προβλήματα στα οποία θα ζητείται το μέγιστο ή το ελάχιστο μιας συνάρτησης. Επισημαίνεται ότι για μια συνεχή συνάρτηση το πρόσημο της παραγώγου της σε ανοικτό διάστημα είναι αρκετό για να προσδιοριστεί η μονοτονία και στο αντίστοιχο κλειστό διάστημα.
ΕΝΟΤΗΤΑ 3: ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ (20 ΩΡΕΣ)		
ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΑ ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ Οι μαθητές και οι μαθήτριες είναι ικανοί/-ές να:	ΘΕΜΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ	ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ - ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ
• γνωρίζουν την έννοια της παράγουσας ή αρχικής συνάρτησης • γνωρίζουν την έννοια του ορισμένου ολοκληρώματος και να τη συνδέουν με το εμβαδόν χωρίου • εφαρμόζουν τις ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος (γραμμικότητα, μονοτονία, σχέση Chalses) • γνωρίζουν τη σχέση παραγώγου και ολοκληρώματος • υπολογίζουν ολοκληρώματα με χρήση του Θεμελιώδους Θεωρήματος της Ανάλυσης	Αρχική συνάρτηση Ορισμένο Ολοκλήρωμα	• Να δοθεί έμφαση στην πρόταση με την οποία προσδιορίζεται το σύνολο των παραγουσών μιας συνάρτησης σε διάστημα Δ και να αποδειχθεί η πρόταση αυτή. • Να δοθεί πίνακας παραγουσών βασικών συναρτήσεων. • Η έννοια του ορισμένου ολοκληρώματος εισάγεται με το πρόβλημα του υπολογισμού του εμβαδού ενός παραβολικού χωρίου. • Ο υπολογισμός του εμβαδού παραβολικού χωρίου να γίνει με τρόπο που να αναδεικνύει την αξιοποίηση των αθροισμάτων και της οριακής διαδικασίας για την εύρεση - υπολογισμό του εμβαδού. Στη συνέχεια να γίνει διαισθητική προσέγγιση της έννοιας του ορισμένου ολοκληρώματος και να συνδεθεί με το εμβαδόν όταν η συνάρτηση δεν παίρνει αρνητικές τιμές. • Οι ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος θα παρουσιασθούν εποπτικά και δεν θα αποδειχθούν. • Οι παραπάνω προσεγγίσεις «οπτικοποιούνται» ιδιαίτερα με τη χρήση ΤΠΕ.
• χρησιμοποιούν το ορισμένο ολοκλήρωμα για να υπολογίζουν εμβαδά επιπέδων χωρίων	Το θεμελιώδες θεώρημα του Απειροστικού λογισμού	Να διατυπωθεί, αλλά να μην αποδειχθεί, η ακόλουθη πρόταση: «Αν $f: \Delta \to R$, όπου Δ διάστημα, είναι μια συνεχής συνάρτηση, τότε για κάθε $a \in R$ η *συνάρτηση* $\int_a^x f(t)dt$ είναι μια παράγουσα της *f* στο Δ ».

	Εμβαδόν επιπέδου χωρίου	Στη συνέχεια, με τη βοήθεια της πρότασης αυτής να αποδειχτεί το Θεμελιώδες Θεώρημα της Ανάλυσης. Τονίζεται ότι η εισαγωγή της συνάρτησης $\int_{\alpha}^{x} f(t)dt$ γίνεται για έναν μόνο σκοπό: Να αποδειχθεί το Θεμελιώδες Θεώρημα του ολοκληρωτικού λογισμού και να αναδειχθεί η σύνδεση του Διαφορικού με τον Ολοκληρωτικό Λογισμό. Για το λόγο αυτό δε θα διδαχθούν εφαρμογές και ασκήσεις που αναφέρονται στη *συνάρτηση* $\int_{\alpha}^{x} f(t)\,dt$ *και γενικότερα στη* *συνάρτησης* $\int_{\alpha}^{g(x)} f(t)\,dt$ ». Να αναφερθεί ο τύπος ολοκλήρωσης κατά παράγοντες και με αλλαγή μεταβλητής για το ορισμένο ολοκλήρωμα Με τον υπολογισμό εμβαδών υλοποιείται ο σημαντικότερος στόχος της διδασκαλίας της ενότητας του ολοκληρώματος. Ως εφαρμογή θα υπολογιστεί το εμβαδόν του κύκλου.

Η ισχύς αυτής της απόφασης αρχίζει από το σχολικό έτος 2019-2020.
Η απόφαση αυτή να δημοσιευθεί στην Εφημερίδα της Κυβερνήσεως.

Αθήνα, 23 Δεκεμβρίου 2019

Η Υφυπουργός

ΣΟΦΙΑ ΖΑΧΑΡΑΚΗ