ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Στόχοι	**Θεματικές ενότητες (Διατιθέμενος χρόνος)**	**Ενδεικτικές δραστηριότητες**
Εισαγωγή στην Ευκλείδεια Γεωμετρία (ΕΓ) (2 ώρες)		
ΕΓ1. Διακρίνουν την αναγκαιότητα της μετάβασης από την Πρακτική στη Θεωρητική Γεωμετρία.	Πρακτική και Θεωρητική Γεωμετρία.	Να σχεδιάσετε τρία τρίγωνα και, μετρώντας τις γωνίες τους, να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών τους. Από τις μετρήσεις αυτές μπορείτε να εξάγετε ένα συμπέρασμα για το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου; Μπορείτε να διαπιστώσετε κάποια βασική αδυναμία στη διαδικασία της μέτρησης;
ΕΓ2. Αποκτούν μια πρώτη αίσθηση της ιστορικής εξέλιξης και θεμελίωσης της Θεωρητικής Γεωμετρίας και των βασικών αρχών ανάπτυξης της Ευκλείδειας Γεωμετρίας ως αξιωματικό σύστημα.	Βασικές αρχές της Ευκλείδειας Γεωμετρίας ως αξιωματικό σύστημα.	
Βασικά Γεωμετρικά Σχήματα (Σχ) (5 ώρες)		
Σχ1. Αντιλαμβάνονται τις γεωμετρικές έννοιες σημείο, ευθεία και επίπεδο ως πρωταρχικές και αναγνωρίζουν τις ιδιότητες και τις παραδοχές που τις διέπουν.	Πρωταρχικές έννοιες και παραδοχές	
Σχ2. Αναγνωρίζουν τα βασικά χαρακτηριστικά, τις σχέσεις και τις πράξεις ευθύγραμμων τμημάτων, γωνιών και τόξων μέσω των αντίστοιχων ορισμών.	Ευθύγραμμο τμήμα, Γωνία, Κύκλος – Τόξο. (Χαρακτηριστικά, Ορισμοί, Συγκρίσεις, Πράξεις, Βασικά θεωρήματα).	Να σχεδιάσετε δυο γωνίες: α) μόνο με κοινή κορυφή, β) μόνο με κοινή πλευρά γ) με κοινή κορυφή, κοινή πλευρά και άλλα κοινά σημεία, δ) με κοινή πλευρά, κοινή κορυφή και κανένα άλλο κοινό σημείο.
Σχ3. Διερευνούν και διατυπώνουν βασικές ιδιότητες των ευθυγράμμων τμημάτων, γωνιών και τόξων.		Επιδιώκουμε οι μαθητές να κάνουν εικασίες για ιδιότητες των γωνιών και να τις ελέγξουν αποδεικτικά. Μια δραστηριότητα που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί είναι η Δ.1

Σχ4. Αποδεικνύουν βασικές γεωμετρικές προτάσεις χρησιμοποιώντας διάφορες αποδεικτικές μεθόδους. Ελέγχουν την ορθότητα δεδομένων συλλογισμών		Παραδείγματα δραστηριοτήτων είναι οι Δ.1 Δ.2 και Δ.3
Σχ5. Διατυπώνουν το αντίστροφο πρότασης και διερευνούν την ισχύ του.		Παραδείγματα δραστηριοτήτων είναι οι Δ.1 και Δ.2
Σχ6. Συνδέουν χαρακτηριστικά και διαδικασίες στα βασικά γεωμετρικά σχήματα (ευθύγραμμο τμήμα, γωνία, τόξο) με στόχο να διακρίνουν και να αναπτύσσουν κοινές στρατηγικές απόδειξης σχετικών προτάσεων.		Κοινή διαπραγμάτευση ασκήσεων με μέσο ευθύγραμμου τμήματος, διχοτόμο γωνίας, μέσο τόξου. Μια δραστηριότητα που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί είναι η Δ.4
Τρίγωνα (Τ) (19 ώρες)		
Τ1. Ταξινομούν τα τρίγωνα με βάση τις σχέσεις των πλευρών και το είδος των γωνιών του, αναγνωρίζουν τα δευτερεύοντα στοιχεία του τριγώνου (διάμεσος, διχοτόμος ύψος) με βάση τους αντίστοιχους ορισμούς, τα σχεδιάζουν και τα συμβολίζουν.	Είδη και στοιχεία τριγώνου. (1 ώρα)	Να διερευνήσετε τη θέση των υψών σε διάφορα είδη τριγώνου. Να σχεδιάσετε με γνώμονα τα ύψη σε αμβλυγώνιο τρίγωνο. (Η διαπραγμάτευση του πρώτου μέρους της δραστηριότητας σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές.)
Τ2. Διακρίνουν πότε σχέσεις μεταξύ βασικών στοιχείων τριγώνων από-τελούν κριτήριο ισότητας των τριγώνων. Αποδεικνύουν κριτήρια ισότητας τριγώνων καθώς και αυτά που αφορούν στα ορθογώνια τρίγωνα. Χρησιμοποιούν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων για να αποδεικνύουν ισότητες	Γενικά κριτήρια ισότητας τριγώνων και κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων. (6 ώρες)	Παραδείγματα δραστηριοτήτων είναι οι Δ.5, Δ.6 και Δ.7

τριγώνων, ευθυγράμμων τμημάτων και γωνιών.		
Τ3. Διερευνούν (χρησιμοποιώντας και λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας), προσδιορίζουν και αποδεικνύουν σε ποιες γραμμές ανήκουν σημεία που ικανοποιούν συγκεκριμένες γεωμετρικές ιδιότητες. Αναγνωρίζουν τον κύκλο, τη μεσοκάθετο τμήματος και τη διχοτόμο γωνίας ως γεωμετρικούς τόπους.	Βασικοί γεωμετρικοί τόποι (κύκλος, μεσοκάθετος, διχοτόμος). (2 ώρες)	Παραδείγματα δραστηριοτήτων είναι οι Δ.8, Δ.9 και Δ.10
Τ4. Διερευνούν, προσδιορίζουν και αποδεικνύουν βασικές ανισοτικές σχέσεις στοιχείων του τριγώνου, με ιδιαίτερη έμφαση στην τριγωνική ανισότητα. Εφαρμόζουν τις σχέσεις αυτές στην επίλυση προβλημάτων.	Ανισοτικές σχέσεις στο τρίγωνο – Κάθετα και πλάγια τμήματα σε ευθεία. (4ώρες)	Παραδείγματα δραστηριοτήτων είναι οι Δ.11, Δ.12 και Δ.13
Τ5. Προσδιορίζουν και αιτιολογούν τις σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου, καθώς και τις σχετικές θέσεις δύο κύκλων.	Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου – Σχετικές θέσεις κύκλων. (3 ώρες)	Παραδείγματα δραστηριοτήτων είναι οι Δ.14 και Δ.15
Τ6. Πραγματοποιούν απλές γεωμετρικές κατασκευές.	Γεωμετρικές κατασκευές. (3 ώρες)	Δίνονται δυο τεμνόμενες ευθείες ε_1, ε_2 και ένα σημείο Α της ε_1. Να κατασκευάσετε μόνο με κανόνα και διαβήτη κύκλο που εφάπτεται στις δυο ευθείες και έχει με την ε_1 σημείο επαφής το Α.
Παράλληλες ευθείες (ΠΕ) (10 ώρες)		
ΠΕ1. Διερευνούν, προσδιορίζουν και αποδεικνύουν κριτήρια παραλληλίας δύο ευθειών μέσω των σχέσεων γωνιών που σχηματίζουν αυτές με μια τέμνουσα. Αποκτούν μια πρώτη	Κριτήριο παραλληλίας ευθειών – αίτημα παραλληλίας και ιδιότητες παραλλήλων. (4 ώρες)	Ο καθηγητής θα μπορούσε να προκαλέσει μια συζήτηση με τους μαθητές σχετικά με τη σημασία του «αιτήματος παραλληλίας». Παράδειγμα μιας τέτοιας προσέγγισης, είναι η Δ.16.

αίσθηση του ρόλου του «αιτήματος παραλληλίας» στην ιστορική εξέλιξη και τη φύση της Γεωμετρίας. Αποδεικνύουν και χρησιμοποιούν βασικές ιδιότητες των παραλλήλων.		
ΠΕ2. Διερευνούν την ύπαρξη και κατασκευάζουν γεωμετρικά τον περιγεγραμμένο και τον εγγεγραμμένο κύκλο τριγώνου.	Περιγεγραμμένος και εγγεγραμμένος κύκλος τριγώνου. (2 ώρες)	Παράδειγμα δραστηριότητας είναι η Δ.17
ΠΕ3. Αποδεικνύουν και χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων την πρόταση για το άθροισμα γωνιών τριγώνου.	Άθροισμα γωνιών τριγώνου. (3 ώρες)	Θεωρήστε τρίγωνο ΑΒΓ και μεταφέρετε (με κανόνα και διαβήτη) τις γωνίες Α και Β του τριγώνου ώστε οι γωνίες Α, Β, Γ να γίνουν διαδοχικές. Τι παρατηρείτε για το άθροισμα τους; Μπορείτε να αιτιολογήσετε αποδεικτικά την παρατήρησή σας;
ΠΕ4. Βρίσκουν το άθροισμα των γωνιών κυρτού τετραπλεύρου, πενταγώνου και γενικεύοντας το συλλογισμό βρίσκουν το άθροισμα των γωνιών κυρτού ν-γώνου.	Άθροισμα γωνιών κυρτού ν-γώνου. (1 ώρα)	Να σχεδιάσετε ένα κυρτό πολύγωνο, για παράδειγμα, τετράπλευρο, πεντάγωνο ή εξάγωνο και να υπολογίσετε το πλήθος των τριγώνων που σχηματίζονται αν ενώσουμε μια κορυφή του πολυγώνου με κάθε μια από τις μη γειτονικές κορυφές της. Να εξετάσετε τι συμβαίνει στην περίπτωση του ν-γώνου. Πόσα είναι τότε τα αντίστοιχα τρίγωνα; Να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών του τετραπλεύρου, πενταγώνου, εξαγώνου, ν-γώνου.
Παραλληλόγραμμα –Τραπέζια (ΠΤ) (17 ώρες)		
ΠΤ1. Αναγνωρίζουν παραλληλόγραμμα με βάση τον ορισμό και τα κριτήρια. Χρησιμοποιούν τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου στην επίλυση προβλημάτων.	Παραλληλόγραμμο (3 ώρες)	Παραδείγματα δραστηριοτήτων είναι οι Δ.18 και Δ.19 .

ΠΤ2. Αναγνωρίζουν τα είδη των παραλληλογράμμων (ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο) με βάση τον ορισμό τους και τα αντίστοιχα κριτήρια. Χρησιμοποιούν τις ιδιότητες τους στην επίλυση προβλημάτων.	Είδη παραλληλογράμμων (Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο). (4 ώρες)	Παραδείγματα δραστηριοτήτων είναι οι Δ.20, Δ.21και Δ.22 .
ΠΤ3. Διερευνούν, προσδιορίζουν και αποδεικνύουν ιδιότητες στα τρίγωνα χρησιμοποιώντας ιδιότητες των παραλληλογράμμων. Χρησιμοποιούν αυτές τις ιδιότητες στην επίλυση προβλημάτων.	Εφαρμογές των παραλληλογράμμων (7 ώρες)	Δίνονται δυο ευθύγραμμα τμήματα, το ένα διπλάσιο του άλλου. Προσπαθήστε να κατασκευάσετε τρίγωνο ΑΒΓ του οποίου η μεγαλύτερη πλευρά ΒΓ ισούται με το μεγαλύτερο από τα δοθέντα τμήματα και η διάμεσος ΑΜ ισούται με το μικρότερο από τα δοθέντα τμήματα. Τι τρίγωνο δημιουργήθηκε; Αιτιολογήστε την απάντησή σας. (Η διαπραγμάτευση της δραστηριότητας σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές.)
ΠΤ4. Αναγνωρίζουν τραπέζια και ισοσκελή τραπέζια. Διερευνούν και αποδεικνύουν ιδιότητες των τραπεζίων και ισοσκελών τραπεζίων και τις χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων.	Τραπέζια (3 ώρες)	Θεωρήστε τρίγωνο ΑΒΓ και το ύψος του ΑΔ. Αν Κ, Λ, Μ είναι τα μέσα των πλευρών του ΑΒ, ΑΓ, ΒΓ αντίστοιχα, α) Να δείξετε ότι αν ΑΒ ≠ ΑΓ και η γωνία Β δεν είναι ορθή τότε το τετράπλευρο ΚΛΜΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο. β) Να εξετάσετε το είδος του σχήματος με κορυφές ΚΛΜΔ, αν i) ΑΒ=ΑΓ, ii) η γωνία Β είναι ορθή.
Εγγεγραμμένα σχήματα (Εγ) (6 ώρες)		
Εγ1. Διερευνούν και αποδεικνύουν τις σχέσεις εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας καθώς και τη σχέση τους με τη γωνία χορδής και εφαπτομένης. Χρησιμοποιούν τις παραπάνω σχέσεις στην επίλυση προβλημάτων.	Σχέση εγγεγραμμένης - επίκεντρης και γωνίας χορδής και εφαπτομένης. (3 ώρες)	Θεωρούμε ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο και Μ σημείο του κυρτού τόξου ΒΓ. Να συγκρίνετε το τμήμα ΜΑ με το άθροισμα ΜΒ+ΜΓ, αν: α) το Μ είναι κάποιο από τα άκρα του τόξου ΒΓ β) το Μ είναι το μέσο του τόξου ΒΓ γ) το Μ είναι τυχαίο σημείο του τόξου ΒΓ (Η διαπραγμάτευση της δραστηριότητας σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές.)

Εγ2. Διερευνούν, προσδιορίζουν και αποδεικνύουν βασικές ιδιότητες των εγγεγραμμένων και τα κριτήρια εγγραψιμότητας τετραπλεύρων. Χρησιμοποιούν τις σχετικές προτάσεις στην επίλυση προβλημάτων.	Εγγεγραμμένα και εγγράψιμα τετράπλευρα. (3 ώρες)	Παράδειγμα δραστηριότητας είναι η Δ.23

Ενδεικτικές δραστηριότητες

Δ.1 (αντιστοιχεί στους στόχους Σχ3, Σχ4 και Σχ5)

Να σχεδιάσετε τις διχοτόμους 2 εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών, αν η μια από τις δύο γωνίες είναι: α) 30^0 β) 45^0 γ) 60^0 ή δ) 90^0. Τι παρατηρείτε;

α) Μπορείτε να εικάσετε το μέτρο της γωνίας φ που σχηματίζουν οι διχοτόμοι κάθε παραπάνω ζεύγους εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών; Προσπαθήστε να αποδείξετε την εικασία σας.

β) Μπορείτε να αποδείξετε αν η κάθετη στη διχοτόμο μιας γωνίας είναι διχοτόμος της εφεξής και παραπληρωματικής της;

(Η διαπραγμάτευση της δραστηριότητας σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές. Σε τέτοιο περιβάλλον, μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να σχεδιάσουν τις διχοτόμους δυο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών, να μετρήσουν τη μεταξύ τους γωνία φ, όταν η κοινή πλευρά των εφεξής γωνιών στρέφεται γύρω από την αρχή της, και να κάνουν μια εικασία για το μέτρο της γωνίας φ. Στη συνέχεια μπορεί να τους ζητηθεί να αποδείξουν την εικασία.)

Δ.2 (αντιστοιχεί στους στόχους Σχ4 και Σχ5)

Δίνονται δυο προτάσεις Α και Β.

Πρόταση Α: Η ακτίνα που αντιστοιχεί στο μέσο ενός τόξου διχοτομεί την επίκεντρη γωνία που βαίνει στο τόξο αυτό.

Πρόταση Β: Έστω Α, Β, Γ διαδοχικά σημεία μιας ευθείας και Μ, Ν εσωτερικά σημεία των τμημάτων ΑΒ και ΒΓ. Αν τα Μ, Ν είναι μέσα των ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα, τότε το τμήμα ΜΝ είναι ίσο με το ημιάθροισμα των ΑΒ, ΒΓ.

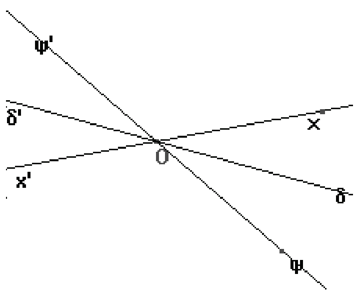
α) Να εξετάσετε αν ισχύουν οι προτάσεις Α και Β αιτιολογώντας την απάντησή σας.

β) Να διατυπώσετε τις αντίστροφες των προτάσεων Α και Β και να εξετάσετε αν ισχύουν.

γ) Αν κάποια από τις προτάσεις Α, Β ισχύει η ίδια και η αντίστροφή της να τη διατυπώσετε σαν ενιαία πρόταση.

Δ.3 (αντιστοιχεί στο στόχο Σχ5)

Ένας μαθητής, στην προσπάθειά του να αποδείξει ότι «οι διχοτόμοι δυο κατακορυφήν γωνιών είναι αντικείμενες ημιευθείες», σχεδίασε το παρακάτω σχήμα και έγραψε τα εξής:



$$\delta'\hat{O}\delta = \delta'\hat{O}\psi' + \psi'\hat{O}\delta = \delta\hat{O}\psi + \psi'\hat{O}\delta = \psi'\hat{O}\psi$$

($\delta'\hat{O}\psi' = \delta\hat{O}\psi$, ως κατακορυφήν)

Άρα Οδ΄, Οδ αντικείμενες ημιευθείες.

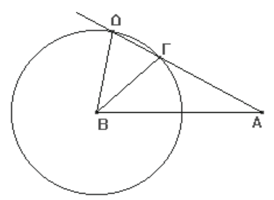
Μπορείτε να σχολιάσετε το συλλογισμό του μαθητή; Θα μπορούσατε να δώσετε μια δική σας απόδειξη για τη συγκεκριμένη πρόταση;

Δ.4 (αντιστοιχεί στο στόχο Σχ5)

Να δείξετε ότι τα μέσα δυο διαδοχικών τμημάτων/τόξων ορίζουν τμήμα/τόξο ίσο με το ημιάθροισμά τους. Μπορείτε να διατυπώσετε και να αποδείξετε μια αντίστοιχη πρόταση για τις γωνίες;

Δ.5 (αντιστοιχεί στο στόχο Τ2)

Στο παρακάτω σχήμα στα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΒΓ είναι η ΑΒ κοινή πλευρά, ΒΔ = ΒΓ και η γωνία Α κοινή και προφανώς τα τρίγωνα δεν είναι ίσα. Έτσι παρά το ότι τα τρίγωνα έχουν δυο πλευρές και μια γωνία ίση αυτά δεν είναι ίσα. Γιατί συμβαίνει αυτό;



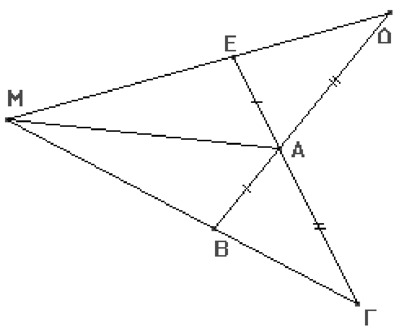
Δ.6 (αντιστοιχεί στο στόχο Τ2)

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ<ΑΓ) και στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ και ΓΑ θεωρούμε σημεία Δ, Ε αντίστοιχα ώστε ΑΔ = ΑΓ και ΑΕ = ΒΑ. Αν Μ το κοινό σημείο των ευθειών ΕΔ και ΒΓ:

α) Να βρείτε στο σχήμα αυτό όσα ζεύγη ίσων τριγώνων μπορείτε.

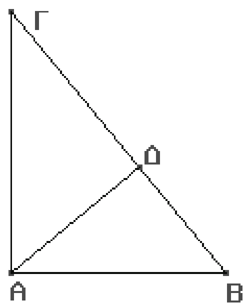
β) Να δείξετε ότι η διαγώνιος του τετραπλεύρου ΑΕΜΒ διχοτομεί δυο γωνίες του.

γ) Να δείξετε ότι μια διαγώνιος του τετραπλεύρου ΑΕΜΒ είναι μεσοκάθετος της άλλης.



Δ.7 (αντιστοιχεί στο στόχο Τ2)

Στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}$ = 90) το ΑΔ είναι ύψος. Έτσι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΒΔ είναι ορθογώνια έχουν την ΑΒ κοινή και τη γωνία Β κοινή αλλά προφανώς δεν είναι ίσα. Γιατί συμβαίνει αυτό;



Δ.8 (αντιστοιχεί στο στόχο Τ3)

Δίνεται τμήμα ΑΒ και σημείο Κ εσωτερικό του ΑΒ, ώστε ρ = ΑΚ>ΑΒ/2. Αν Λ, Μ είναι τα σημεία τομής των κύκλων (Α, ρ), (Β, ρ), να βρείτε τη γραμμή στην οποία ανήκουν τα σημεία Λ, Μ καθώς το Κ μεταβάλλεται; Να αιτιολογήσετε τον ισχυρισμό σας.

(Η διαπραγμάτευση της δραστηριότητας σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές.)

Δ.9 (αντιστοιχεί στο στόχο Τ3)

Να σχεδιάσετε σημεία τα οποία ισαπέχουν από τις πλευρές μιας γωνίας. Να προσδιορίσετε τη γραμμή στη οποία ανήκουν τα σημεία αυτά και αποδείξετε τους ισχυρισμούς σας.

(Η διαπραγμάτευση της δραστηριότητας σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές.)

Δ.10 (αντιστοιχεί στο στόχο Τ3)

Ποιος είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από δυο τεμνόμενες ευθείες;

(Η διαπραγμάτευση της δραστηριότητας σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές.)

Δ.11 (αντιστοιχεί στο στόχο Τ4)

Μπορείτε να κατασκευάσετε τρίγωνα με πλευρές:

i) $\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 3$

ii) $\alpha = 2, \beta = 7, \gamma = 4$

iii) $\alpha = 3, \beta = 4, \gamma = 6$

Μπορείτε να εικάσετε ποια σχέση πρέπει να ικανοποιούν τα μήκη τριών δεδομένων ευθυγράμμων τμημάτων για να αποτελούν αυτά πλευρές τριγώνου;

Δ.12 (αντιστοιχεί στο στόχο Τ4)

Ο Ανδρέας ισχυρίζεται ότι:

«Αν θέλουμε να ελέγξουμε την ύπαρξη τριγώνου με πλευρές α = 3,75cm, β = 4,08cm και γ = 7,82cm, θα πρέπει να δούμε αν ικανοποιούνται οι εξής 3 ανισότητες $\alpha < \beta + \gamma$, $\beta < \alpha + \gamma$, $\gamma < \alpha + \beta$». Η Ειρήνη ρωτά: «Δεν αρκεί ο έλεγχος να γίνει μόνο για μια πλευρά;». Τι θα απαντούσατε στην Ειρήνη; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Δ.13 (αντιστοιχεί στο στόχο Τ4)

Δίνονται μια ευθεία και δύο σημεία εκτός αυτής. Να βρεθεί το σημείο της ευθείας που το άθροισμα των αποστάσεων του από τα δύο σημεία είναι ελάχιστο.

(Η χρήση λογισμικού δυναμικής Γεωμετρίας μπορεί να βοηθήσει στη διερεύνηση του θέματος.)

Δ.14 (αντιστοιχεί στο στόχο Τ5)

Δίνεται κύκλος και σημείο Ρ εκτός αυτού. Να φέρετε τα εφαπτόμενα τμήματα ΡΑ και ΡΒ του κύκλου και μια εφαπτόμενη του κύκλου σε σημείο Ε του κυρτού τόξου ΑΒ, η οποία να τέμνει τα ΡΑ και ΡΒ στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα. Μεταβάλλεται η περίμετρος του τριγώνου ΡΓΔ όταν μεταβάλλεται η θέση του σημείου Ε; Αιτιολογήστε τον ισχυρισμό σας.

(Η χρήση λογισμικού δυναμικής Γεωμετρίας μπορεί να βοηθήσει στη διερεύνηση του θέματος.)

Δ.15 (αντιστοιχεί στο στόχο Τ5)

Δυο σταθεροί κύκλοι εφάπτονται εσωτερικά ενώ ένας τρίτος κύκλος μεταβάλλεται έτσι ώστε να εφάπτεται στον μεγαλύτερο εσωτερικά και στον μικρότερο εξωτερικά. Να δείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου που έχει κορυφές τα κέντρα των τριών κύκλων είναι σταθερή και ίση με τη διάμετρο του μεγαλύτερου κύκλου.

Δ.16 (αντιστοιχεί στο στόχο ΠΕ1)

Μια από τις βασικές ιδιότητες της ευθείας είναι ότι αποτελεί το συντομότερο δρόμο μεταξύ δυο σημείων του επιπέδου. Μπορεί να αποδειχθεί ότι ο συντομότερος δρόμος μεταξύ δυο σημείων Α, Β της σφαίρας είναι σ' ένα μέγιστο κύκλο της σφαίρας (τον κύκλο με κέντρο το κέντρο της σφαίρας που διέρχεται από τα Α,Β). Θεωρούμε μια νέα Γεωμετρία, που την ονομάζουμε σφαιρική Γεωμετρία, με «επίπεδο» την επιφάνεια της σφαίρας και «ευθείες» τους μέγιστους κύκλους της. Στη σφαιρική Γεωμετρία θεωρήστε μια «ευθεία» (μέγιστο κύκλο) και ένα σημείο Α της σφαίρας εκτός αυτής. Πόσες παράλληλες «ευθείες» διέρχονται από το σημείο Α προς την «ευθεία»;

Δ.17 (αντιστοιχεί στο στόχο ΠΕ2)

Να διερευνήσετε πότε από τρία διαφορετικά σημεία Α, Β και Γ διέρχεται κύκλος.

Μπορούν δυο διαφορετικοί κύκλοι να διέρχονται από τρία διαφορετικά σημεία;

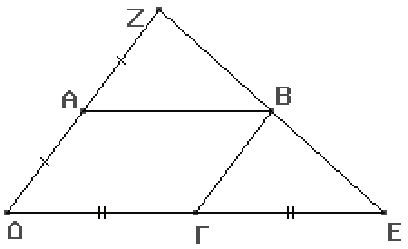
Δ.18 (αντιστοιχεί στο στόχο ΠΤ1)

Ποιες ιδιότητες του παραλληλογράμμου γνωρίζετε; Ποιές είναι οι ελάχιστες δυνατές που εξασφαλίζουν ότι ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Δ.19 (αντιστοιχεί στο στόχο ΠΤ1)

Σ' ένα μαθητή δόθηκε η εξής άσκηση: «Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και στις προεκτάσεις των πλευρών ΔΑ και ΔΓ θεωρούμε σημεία Ζ και Ε αντίστοιχα ώστε ΑΖ = ΔΑ και ΓΕ = ΔΓ. Να δείξετε ότι τα σημεία Ζ, Β, Ε είναι συνευθειακά». Ο μαθητής, αφού σχεδίασε το παρακάτω σχήμα, έγραψε: «$\Gamma\hat{E}B+E\hat{\Gamma}B+\Gamma\hat{B}E=180^\circ$ (ως άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΕΓΒ) και επειδή $A\hat{B}\Gamma=E\hat{\Gamma}B$ (ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ και ΔΓ που τέμνονται από τη ΒΓ) και $\Gamma\hat{E}B=Z\hat{B}A$ (ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΑΒ και ΔΕ που τέμνονται από την ΖΕ) έχουμε: $Z\hat{B}A+A\hat{B}\Gamma+\Gamma\hat{B}E=180^\circ$. Δηλαδή $Z\hat{B}E=180^\circ$. Οπότε τα σημεία Ζ, Β, Ε είναι συνευθειακά».

Είναι σωστός ο συλλογισμός του μαθητή; Πως θα λύνατε εσείς την παραπάνω άσκηση;



Δ.20 (αντιστοιχεί στο στόχο ΠΤ2)

Να σχεδιάσετε: α) τετράπλευρο με ίσες διαγώνιες που δεν είναι ορθογώνιο β) τετράπλευρο με κάθετες διαγώνιες που δεν είναι ρόμβος.

Δ.21 (αντιστοιχεί στο στόχο ΠΤ2)

Με κανόνα και διαβήτη να κατασκευάσετε παραλληλόγραμμο με διαγωνίους δεδομένα ευθύγραμμα τμήματα.

Σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας να κατασκευάσετε παραλληλόγραμμο με τέτοιο τρόπο, ώστε κατά τη μετακίνηση μιας εκ των κορυφών του να παραμένει παραλληλόγραμμο.

Δ.22 (αντιστοιχεί στο στόχο ΠΤ2)

Να σχεδιάσετε τετράπλευρο ΑΒΓΔ και να βρείτε το είδος του τετραπλεύρου με κορυφές τα μέσα Κ, Λ, Μ, Ν των πλευρών ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ του ΑΒΓΔ αντίστοιχα, αιτιολογώντας την απάντησή σας. Αν το αρχικό τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο, ρόμβος ή τετράγωνο, ποιό είναι το είδος του τετρπλεύρου ΚΛΜΝ; Να αποδείξτε τους ισχυρισμούς σας.

(Στη διερεύνηση της δραστηριότητας αυτής μπορεί να βοηθήσει η χρήση λογισμικού δυναμικής Γεωμετρίας).

Δ.23 (αντιστοιχεί στο στόχο Εγ2)

Γνωρίζετε ότι κάθε τρίγωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο το σημείο τομής των μεσοκαθέτων των πλευρών του.

α) Είναι κάθε τετράπλευρο εγγράψιμο σε κύκλο;

β) Διέρχονται οι μεσοκάθετοι κάθε τετραπλεύρου από το ίδιο σημείο;

Για τη διερεύνηση των παραπάνω ερωτημάτων, να σχεδιάσετε σε περιβάλλον δυναμικής Γεωμετρίας τετράπλευρο ΑΒΓΔ και να ονομάσετε Κ, Λ, Μ, Ν τα σημεία τομής των μεσοκαθέτων των πλευρών του ΑΒΓΔ. Παρατηρήστε ότι αν μεταβάλλεται μια από τις κορυφές του ΑΒΓΔ τότε ένα από τα σημεία Κ, Λ, Μ, Ν παραμένει σταθερό. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό;

Να γράψετε κύκλο με κέντρο αυτό το σταθερό σημείο και ακτίνα την απόσταση του σημείου αυτού από μια από τις σταθερές κορυφές του ΑΒΓΔ. Αν μετατοπίσουμε το μεταβλητό σημείο του ΑΒΓΔ ώστε να (φαίνεται ότι) διέρχεται από τον κύκλο, τι παρατηρείτε για τις μεσοκάθετες των πλευρών του ΑΒΓΔ;

Μπορείτε να διατυπώσετε ένα κριτήριο εγγραψιμότητας τετραπλεύρων και να ελέγξετε αποδεικτικά την ισχύ του;

Η ισχύς της παρούσης αρχίζει από το Σχολικό Έτος 2011-2012.

Η απόφαση αυτή να δημοσιευθεί στην Εφημερίδα της Κυβερνήσεως.

Μαρούσι, 25 Μαΐου 2011

Η ΥΦΥΠΟΥΡΓΟΣ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ ΧΡΙΣΤΟΦΙΛΟΠΟΥΛΟΥ