ΕΦΗΜΕΡΙΔΑ ΤΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ

ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑΣ

21 Ιουλίου 2020 | ΤΕΥΧΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ | Αρ. Φύλλου **3027**

ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ

Αριθμ. 89646/Δ2

Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών Γενικής Παιδείας Γ΄ τάξης Γενικού Λυκείου.

Η ΥΦΥΠΟΥΡΓΟΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

Έχοντας υπόψη:

1. Τις διατάξεις της παρ. 2 περ. α του άρθρου 42 του ν. 4186/2013 «Αναδιάρθρωση της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης και λοιπές διατάξεις» (Α΄ 193).

2. Τις διατάξεις της παρ. 3 περ. α υποπ. ββ του άρθρου 2 του ν. 3966/2011 «Θεσμικό πλαίσιο των Πρότυπων Πειραματικών Σχολείων, Ίδρυση Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής, Οργάνωση του Ινστιτούτου Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων "ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ" και λοιπές διατάξεις» (Α΄ 118).

3. Το π.δ. 81/2019 με θέμα «Σύσταση, συγχώνευση, μετονομασία και κατάργηση Υπουργείων και καθορισμός των αρμοδιοτήτων τους - Μεταφορά υπηρεσιών και αρμοδιοτήτων μεταξύ Υπουργείων» (Α΄ 119).

4. Το π.δ. 83/2019 με θέμα «Διορισμός Αντιπροέδρου της Κυβέρνησης, Υπουργών, Αναπληρωτών Υπουργών και Υφυπουργών» (Α΄ 121).

5. Το π.δ. 84/2019 με θέμα «Σύσταση και κατάργηση Γενικών Γραμματειών και Ειδικών Γραμματειών /Ενιαίων Διοικητικών Τομέων Υπουργείων» (Α΄ 123).

6. Την υπ' αρ. 6631/Υ1/20.7.2019 απόφαση του Πρωθυπουργού και της Υπουργού Παιδείας και Θρησκευμάτων με θέμα: «Ανάθεση αρμοδιοτήτων στην Υφυπουργό Παιδείας και Θρησκευμάτων, Σοφία Ζαχαράκη» (Β΄ 3009).

7. Τις διατάξεις του άρθρου 90 του κώδικα νομοθεσίας για την Κυβέρνηση και τα κυβερνητικά όργανα που κυρώθηκε με το άρθρο πρώτο του π.δ. 63/2005 (Α΄ 98) όπως διατηρήθηκε σε ισχύ με την παρ. 22 του άρθρου 119 του ν. 4622/2019 (Α΄ 133).

8. Την υπ' αρ. 28/5.6.2020 πράξη του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής.

9. Το γεγονός ότι από την παρούσα απόφαση δεν προκαλείται δαπάνη, σύμφωνα με την υπ' αρ. πρωτ. Φ.1/Γ/323/86033/Β1/6.7.2020 εισήγηση του άρθρου 24 του ν. 4270/2014 (Α΄ 143) της Γενικής Διεύθυνσης Οικονομικών Υπηρεσιών του Υπουργείου Παιδείας και Θρησκευμάτων, αποφασίζουμε:

Άρθρο μόνον

Το Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών Γενικής Παιδείας Γ΄ τάξης Γενικού Λυκείου ορίζεται ως εξής:

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΗΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΛ
Μαθηματικά Γενικής Παιδείας - Πιθανότητες - Στατιστική

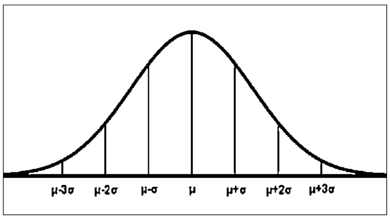
Προσδοκώμενα Μαθησιακά αποτελέσματα	**Θεματικό πεδίο ή θεματική περιοχή**	**Ενδεικτικές διδακτικές ενέργειες— Δραστηριότητες Διεργασίες**
Πιθανότητες: Ώρες δεκαπέντε (15)		
Οι μαθητές/μαθήτριες: 1. Περιγράφουν πειράματα τύχης, τα διακρίνουν από αιτιοκρατικά και αναγνωρίζουν την αναγκαιότητα της μελέτης μη αιτιοκρατικών μοντέλων. 2. Προσδιορίζουν το δειγματικό χώρο ενός πειράματος τύχης και ενδεχόμενα αυτού, εφαρμόζοντας διαφορετικές	Η έννοια της πιθανότητας. Κλασικός ορισμός της πιθανότητας. Ο αξιωματικός ορισμός της πιθανότητας. (6 ώρες)	• Μέσα από παραδείγματα φαινομένων οι μαθητές/μαθήτριες συζητούν τη δυνατότητα πρόβλεψης των αποτελεσμάτων τους (αν είναι αιτιοκρατικά ή πειράματα τύχης) και δίνουν δικά τους παραδείγματα. • Εκτιμούν την πιθανότητα έκβασης πειραμάτων τύχης, επιχειρηματολογώντας για τις εικασίες τους (Δ1). Μέσω της συζήτησης-επιχειρηματολογίας οι μαθητές/μαθήτριες αναγνωρίζουν την αναγκαιότητα τεκμηρίωσης των εικασιών τους. Με την διατύπωση, στην τάξη, των

μεθόδους (π.χ. δενδροδιαγράμματα, διαγράμματα Venn, πίνακες διπλής εισόδου). 3. Μεταφράζουν σχέσεις ενδεχομένων από τη φυσική γλώσσα, στη γλώσσα των ενδεχομένων και αντίστροφα. 4. Λύνουν προβλήματα χρησιμοποιώντας τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας. 5. Λύνουν προβλήματα χρησιμοποιώντας μη ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα για την περιγραφή του δ.χ. 6. Διαμορφώνουν το πλαίσιο του αξιωματικού ορισμού πιθανότητας, με τα αξιώματα $P(A)\geq 0$ για A ενδεχόμενο του δ.χ. Ω, $P(\Omega)=1$ και $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ για $A,B\subseteq\Omega$ ξένα μεταξύ τους. Αναγνωρίζουν διαφορές και συνδέσεις μεταξύ αξιωματικού με τον κλασικού ορισμού πιθανότητας.		βασικών εννοιών των πιθανοτήτων (δειγματικός χώρος, ενδεχόμενα) και του κλασικού ορισμού εισάγεται με φυσιολογικό τρόπο το αναγκαίο πλαίσιο μέσα στο οποίο οι μαθητές/μαθήτριες τεκμηριώνουν την ισχύ ή μη, των εικασιών τους χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες έννοιες. • Απαντούν στο ίδιο ερώτημα ενός προβλήματος πιθανοτήτων χρησιμοποιώντας διαφορετικούς δειγματικούς χώρους (δ.χ.) και τους συγκρίνουν επιχειρηματολογώντας για τα πλεονεκτήματα του κάθε δ.χ. Συμπεραίνουν ότι η απάντησή τους είναι ανεξάρτητη του δ.χ. που χρησιμοποίησαν. Προτείνεται να κάνουν μοντελοποίηση του προβλήματος χρησιμοποιώντας τον κλασικό ορισμό αλλά και δ.χ. με μη ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα, ώστε να συνδέσουν μέσα από παράδειγμα με τον αξιωματικό ορισμό της πιθανότητας (Δ2). • Συνεχίζουν με προβλήματα που λύνονται ευκολότερα (ή μόνο) με χρήση μη ισοπίθανων απλών ενδεχομένων, αναγνωρίζοντας την αναγκαιότητα της χρήση τους (Δ3). Έτσι, οι μαθητές/μαθήτριες νοηματοδοτούν την ανάγκη και το πλαίσιο του αξιωματικού ορισμού πιθανότητας . • Συγκρίνουν το πλαίσιο του αξιωματικού με τον κλασικό ορισμό, μέσα από ρεαλιστικά παραδείγματα. • Συνθέτουν τα συμπεράσματα των προηγουμένων δραστηριοτήτων τους και μέσα από δραστηριότητες (Δ3, Δ4), εξάγουν τις σχέσεις για την διατύπωση του αξιωματικού ορισμού, ως σχέσεις που ισχύουν φυσιολογικά.
1. Ξεκινώντας από τις σχέσεις που κατασκεύασαν στην προηγούμενη ενότητα, οι μαθητές/μαθήτριες συμπεραίνουν-αιτιολογούν-αποδεικνύουν τους κανόνες λογισμού πιθανοτήτων. 2.Χρησιμοποιούν τους κανόνες λογισμού πιθανοτήτων για την	Κανόνες λογισμού πιθανοτήτων. Εφαρμογή μαθηματικών μεθόδων στον υπολογισμό της πιθανότητας. Μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων πιθανοτήτων με	• Είναι σημαντικό οι μαθητές/μαθήτριες να συμπεράνουν τη σχέση $P(A)\leq 1$ και τους παρακάτω κανόνες λογισμού πιθανοτήτων ως «φυσική συνέπεια» των προηγουμένων σχέσεων i) $P(A')=1-P(A)$ ii) $P(A)=P(A-B)+P(A\cap B)$ iii) Αν $A\subseteq B$ τότε $P(A)\leq P(B)$ iv) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ • Αυτό προτείνεται να γίνει μέσω

επίλυση προβλημάτων. 3. Υπολογίζουν το πλήθος των στοιχείων ενός δειγματικού χώρου ή των ενδεχομένων του με χρήση αρχών απαρίθμησης. 4. Χρησιμοποιούν τις ιδιότητες μεταθέσεων, διατάξεων με ή χωρίς επανάληψη και συνδυασμών στην επίλυση προβλημάτων πιθανοτήτων. 5. Εξηγούν τους τρόπους υπολογισμού μεταθέσεων, διατάξεων και συνδυασμών, ώστε να μπορούν να κατασκευάσουν τους σχετικούς τύπους, χωρίς να είναι απαραίτητη η απομνημόνευση. 6. Επιλέγουν το κατάλληλο πλαίσιο συνδυαστικών μεθόδων σε κάθε πρόβλημα.	συνδυαστικές μεθόδους. (9 ώρες)	κατάλληλης δραστηριότητας (Δ4). Η χρήση διαγράμματος Venn μπορεί να βοηθήσει αποτελεσματικά στην άντληση συμπερασμάτων. Στη συνέχεια γενικεύουν και αποδεικνύουν τις παραπάνω σχέσεις εφαρμόζοντας τον αξιωματικό ορισμό. • Οι μαθητές/μαθήτριες χρησιμοποιούν τους κανόνες λογισμού πιθανοτήτων για να απαντήσουν σε προβλήματα πιθανοτήτων. Έτσι, επικοινωνούν και ερμηνεύουν με μαθηματική γλώσσα τις στρατηγικές και τις ιδέες τους με αποτέλεσμα οι απαντήσεις τους να είναι τεκμηριωμένες. • Μέσα από δραστηριότητες διερεύνησης πειραμάτων τύχης, που το πλήθος των απλών ενδεχομένων του δ.χ. δεν μπορεί να υπολογιστεί εύκολα και αποτελεσματικά με καταμέτρηση, οι μαθητές/μαθήτριες αναζητούν στρατηγικές μέτρησης. Διατυπώνουν εικασίες για το «πώς μετράμε» σε τέτοιες περιπτώσεις. Τεκμηριώνουν τις εικασίες τους και φτάνουν σε συμπεράσματα διατυπώνοντας την βασική αρχή απαρίθμησης και διακρίνοντας τις περιπτώσεις διατάξεων των ν ανά κ χωρίς και με επανάληψη, μεταθέσεων και συνδυασμών των ν ανά κ. • Εξηγούν μέσα από συγκεκριμένα παραδείγματα τις συνδέσεις μεταξύ των παραπάνω π.χ. τη σχέση μεταξύ του πλήθους συνδυασμών και διατάξεων ν ανά κ (Δ5). Συμπεραίνουν τις αντίστοιχες αλγεβρικές σχέσεις-εκφράσεις (δηλ. γενικεύουν). Τις χρησιμοποιούν για να απαντήσουν και να τεκμηριώσουν ποσοτικά, τις εκτιμήσεις τους σε ρεαλιστικά προβλήματα πιθανοτήτων (π.χ. Δ5, Δ6).
Στατιστική (32 ώρες)		
Οι μαθητές/μαθήτριες: 1. Διακρίνουν το δείγμα από τον πληθυσμό μιας έρευνας και αναγνωρίζουν την	Εισαγωγή Πληθυσμός - Δείγμα - Μεταβλητές. (2 ώρες)	• Μέσα από παραδείγματα ερευνών να γίνει φανερή η διάκριση μεταξύ πληθυσμού και δείγματος και η αναγκαιότητα χρήσης του δείγματος στις

αναγκαιότητα χρήσης τυχαίου και αντιπροσωπευτικού δείγματος από το οποίο μπορούν να προκύψουν αξιόπιστες πληροφορίες που αφορούν τον πληθυσμό. 2. Εντοπίζουν τις μεταβλητές μιας έρευνας και προσδιορίζουν του είδος τους.		περιπτώσεις που είναι δύσκολο ή ασύμφορο ή ακόμη και αδύνατο να προσεγγίσουμε και να μελετήσουμε τον πληθυσμό. • Με αναφορές σε ιστορικά στοιχεία αλλά και με συζήτηση να επισημανθεί ότι, το τυχαίο και αντιπροσωπευτικό δείγμα παίζει σημαντικό ρόλο στην ποιότητα της έρευνας (Δ7). • Για τη διάκριση των μεταβλητών να χρησιμοποιηθούν κατάλληλα παραδείγματα ώστε αυτές να κατηγοριοποιούνται αρχικά σε ποιοτικές, ποσοτικές και στη συνέχεια οι ποιοτικές σε ονομαστικές ή διατάξιμες και οι ποσοτικές σε διακριτές ή συνεχείς (Δ8). • Προτείνεται μια δημιουργική δραστηριότητα κατά την οποία οι μαθητές/μαθήτριες θα ορίσουν τον υπό μελέτη πληθυσμό καθώς και τις μεταβλητές ενδιαφέροντος μιας έρευνας και θα συντάξουν το σχετικό ερωτηματολόγιο.
Οι μαθητές/μαθήτριες: 1. Οργανώνουν και αναπαριστούν συνοπτικά τα δεδομένα με πίνακες και με γραφικές μεθόδους. 2. Κατατάσσουν παρατηρήσεις συνεχών μεταβλητών σε κλάσεις ίσου πλάτους και τις αναπαριστούν συνοπτικά. 3. Αξιοποιούν πληροφορίες από τη συνοπτική παρουσίαση δεδομένων σε κατάλληλους πίνακες ή σε γραφικές παραστάσεις και εντοπίζουν σχέσεις και μοτίβα.	Παρουσίαση στατιστικών δεδομένων. (6 ώρες)	• Δίνονται ή συλλέγονται δεδομένα τα οποία οργανώνονται σε πίνακες συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων ποιοτικών και ποσοτικών μεταβλητών. • Να χρησιμοποιηθούν παραδείγματα στα οποία να προκύπτει η ανάγκη ομαδοποίησης δεδομένων συνεχών μεταβλητών και αυτό να γίνεται σε κλάσεις ίσου πλάτους (Δ9). • Να σχεδιαστούν μέσω κατάλληλων δραστηριοτήτων το ραβδόγραμμα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων, το κυκλικό διάγραμμα, το σημειόγραμμα, το χρονόγραμμα καθώς και το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων (Δ10, Δ11). • Με παραδείγματα από τους πίνακες και τις γραφικές παραστάσεις δεδομένων που συναντάμε σε διάφορα έντυπα, να ανακαλύπτονται σχέσεις και μοτίβα (Δ11).

Οι μαθητές/μαθήτριες: 1. Περιγράφουν με αριθμητικές μεθόδους στατιστικά δεδομένα υπολογίζοντας τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας ποσοτικών μεταβλητών, αναγνωρίζοντας την αξία και τα όρια των μέτρων αυτών και αναπτύσσουν ισχυρισμούς. 2. Αναπαριστούν ποσοτικά δεδομένα με θηκόγραμμα αλλά και ερμηνεύουν ένα δεδομένο θηκόγραμμα αξιοποιώντας πληροφορίες από αυτό. 3. Εξετάζουν ένα δείγμα ως προς το βαθμό ομοιογένειας υπολογίζοντας το συντελεστή μεταβλητότητας.	Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας - Θηκόγραμμα - Συντελεστής μεταβλητότητας. (7 ώρες)	• Με κατάλληλα παραδείγματα να προκύψει η ανάγκη υπολογισμού, αλλά να γίνει και ερμηνεία, των μέτρων θέσης (Δ12), όπως της μέσης τιμής, της διαμέσου, των τεταρτημορίων και της επικρατούσας τιμής σε ποσοτικά δεδομένα. Επίσης να προκύψει η ανάγκη υπολογισμού, αλλά να γίνει και ερμηνεία, των μέτρων μεταβλητότητας, όπως του εύρους, του ενδοτεταρτημοριακού εύρους, της διακύμανσης ή διασποράς και της τυπικής απόκλισης (Δ13). • Με παραδείγματα μέσω διαφορετικών δειγμάτων του ιδίου πληθυσμού να γίνει διάκριση μεταξύ του δειγματικού μέσου και του μέσου του πληθυσμού. Να επισημανθεί ότι τον μέσο ενός δείγματος μπορούμε να τον υπολογίσουμε ενώ τον μέσο του πληθυσμού μπορούμε, μέσω του δείγματος, μόνο να τον εκτιμήσουμε. Το ίδιο ισχύει και για οποιαδήποτε άλλη δειγματική ποσότητα σε σχέση με την αντίστοιχη πληθυσμιακή (π.χ. τυπική απόκλιση). • Με εμπειρικό τρόπο, μέσα από προβλήματα, οι μαθητές/μαθήτριες να αναγνωρίσουν πως μεταβάλλονται τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας αν προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό σε όλες τις παρατηρήσεις ή τις πολλαπλασιάσουμε με τον ίδιο αριθμό. Επίσης να διερευνηθεί ποια μέτρα επηρεάζονται από ακραίες παρατηρήσεις και ποια όχι (Δ14). • Να σχεδιαστεί, μέσω κατάλληλου παραδείγματος, το θηκόγραμμα και να γίνει ερμηνεία δοσμένων θηκογραμμάτων αντλώντας πληροφορίες από αυτά (Δ13). • Σε δεδομένα δείγματα ή σε δείγματα που συλλέγουν οι ίδιοι οι μαθητές/μαθήτριες να εξεταστεί ο βαθμός ομοιογένειας αυτών μέσα από τον υπολογισμό του συντελεστή μεταβλητότητας.
Οι μαθητές/μαθήτριες: 1. Αναγνωρίζουν ότι πολλές	Κανονική κατανομή	• Μέσα από κατάλληλο παράδειγμα με συμμετρικό ιστόγραμμα και πολύγωνο

διαδικασίες της καθημερινότητας περιγράφονται από την κανονική κατανομή. 2. Εφαρμόζουν τις ιδιότητες της κανονικής κατανομής για την επίλυση προβλημάτων του πραγματικού κόσμου.	και εφαρμογές. (2 ώρες)	σχετικών συχνοτήτων να προκύψει η μορφή της καμπύλης συχνοτήτων που ονομάζουμε κανονική κατανομή.  • Να εξαχθούν χρήσιμες πληροφορίες από τη συμμετρία της καμπύλης της κανονικής κατανομής με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ όπως: ○ ποιο είναι το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι το πολύ ίσες με τη μέση τιμή μ; ○ ποιο είναι το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι τουλάχιστον ίσες με τη μέση τιμή μ; • Να λυθούν προβλήματα της καθημερινότητας (Δ15) με μεταβλητές που ακολουθούν κανονική κατανομή ώστε οι μαθητές/μαθήτριες να κατανοήσουν πως κατανέμονται οι παρατηρήσεις γύρω από τη μέση τιμή μ του πληθυσμού σε σχέση με την τυπική απόκλιση σ του πληθυσμού και να εξοικειωθούν με τις ιδιότητες: ○ Στο διάστημα $(\mu-\sigma,\mu+\sigma)$ βρίσκεται το 68% περίπου των ατόμων του πληθυσμού. ○ Στο διάστημα $(\mu-2\sigma,\mu+2\sigma)$ βρίσκεται το 95% περίπου των ατόμων του πληθυσμού. ○ Στο διάστημα $(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$ βρίσκεται το 99,7% περίπου των ατόμων του πληθυσμού.
Οι μαθητές/μαθήτριες: 1. Διερευνούν τη σύνδεση δύο ποιοτικών χαρακτηριστικών (φυσικών, κοινωνικών).	Πίνακες συνάφειας και ραβδογράμματα (5 ώρες)	• Μελετούν τη σύνδεση δύο ποιοτικών χαρακτηριστικών φυσικών ή κοινωνικών - χωρίς αυτή να ερμηνεύεται υποχρεωτικά

2. Εξετάζουν τη συμπεριφορά των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής σε σχέση με τις τιμές μιας άλλης ποιοτικής μεταβλητής, οργανώνοντας και παρουσιάζοντας συνοπτικά τα δεδομένα σε πίνακες συνάφειας και ομαδοποιημένα ή στοιβαγμένα ραβδογράμματα. 3. Από δεδομένους πίνακες συνάφειας και ομαδοποιημένα ή στοιβαγμένα ραβδογράμματα αντλούν πληροφορίες, ανακαλύπτουν σχέσεις και αναπτύσσουν ισχυρισμούς.		με όρους αιτίου και αιτιατού- μέσα από την κατασκευή πινάκων συνάφειας (Δ16). • Κατασκευάζουν τα στοιβαγμένα ή ομαδοποιημένα ραβδογράμματα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων, αντίστοιχα. Ανακαλύπτουν σχέσεις μεταξύ ποιοτικών μεταβλητών συγκρίνοντας τα μήκη των ράβδων που αντιστοιχούν στις κατηγορίες της μιας ποιοτικής μεταβλητής μέσα στην κάθε κατηγορία της άλλης ποιοτικής μεταβλητής (Δ16, Δ17). • Από τις γραφικές παραστάσεις ποιοτικών δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν σε πραγματικές έρευνες, εξάγουν χρήσιμες πληροφορίες για τη σχέση των εμπλεκόμενων μεταβλητών και αναπτύσσουν ισχυρισμούς (Δ18).
Οι μαθητές/μαθήτριες: 1. Υπολογίζουν μέτρα θέσης (επικρατούσα τιμή, μέση τιμή, διάμεσο, τεταρτημόρια) ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού στις κατηγορίες ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού. 2. Υπολογίζουν μέτρα μεταβλητότητας (εύρος, τυπική απόκλιση, διασπορά, ενδοτεταρτημοριακό εύρος και συντελεστή μεταβλητότητας) ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού στις κατηγορίες ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού. 3. Συγκρίνουν ομάδες δεδομένων και εξάγουν χρήσιμες πληροφορίες με βάση τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας. 4. Συγκρίνουν ομάδες δεδομένων, αντλώντας	Σύγκριση ποσοτικών χαρακτηριστικών στις κατηγορίες ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού. (5 ώρες)	• Υπολογίζουν μέτρα θέσης και μεταβλητότητας ποσοτικών μεταβλητών στις κατηγορίες μιας ποιοτικής μεταβλητής π.χ., μελετούν τους βαθμούς των μαθητών/τριών ανάλογα με το φύλο τους ή αν έχουν ελεύθερο χρόνο ή ποια ομάδα προσανατολισμού έχουν επιλέξει (Δ19, Δ20). • Από δεδομένα πολλαπλά θηκογράμματα εντοπίζουν τα στατιστικά μέτρα των ομάδων δεδομένων που θέλουν να συγκρίνουν και εξάγουν χρήσιμες πληροφορίες (Δ20). Η αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων μπορεί να είναι πολύ αποδοτική. • Εμπλέκονται ενεργά στη διερεύνηση και επίλυση αυθεντικών στατιστικών προβλημάτων με ποσοτικές και ποιοτικές μεταβλητές, τα οποία μπορούν να διατυπώσουν, να συλλέξουν δεδομένα και να ερμηνεύσουν τα αποτελέσματα, τόσο από τα στατιστικά μέτρα όσο και από τα αντίστοιχα γραφήματα.

πληροφορίες από τα πολλαπλά θηκογράμματα των ποσοτικών χαρακτηριστικών ανά κατηγορία ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού.		
Οι μαθητές/μαθήτριες: 1. Εξηγούν και ερμηνεύουν την έννοια της γραμμικής συσχέτισης δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών για να μετρήσουν και να περιγράψουν τη σχέση μεταξύ αυτών. 2. Κατασκευάζουν το διάγραμμα διασποράς και αποφαίνονται εποπτικά αν υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ των δύο αυτών μεταβλητών. 3. Διακρίνουν τη θετική από την αρνητική γραμμική συσχέτιση. 4. Εξοικειώνονται με τη γραμμική συσχέτιση των μεταβλητών (ύπαρξη σχέσης) και ανακαλύπτουν ότι οι μεταβλητές δεν διέπονται απαραίτητα από μια σχέση αιτίας - αιτιατού. 5. Υπολογίζουν και ερμηνεύουν τον συντελεστή γραμμικής συσχέτισης του Pearson. 6. Επιχειρούν να σχεδιάσουν μια ευθεία (μοντέλο, χωρίς αναφορά στον όρο παλινδρόμηση) είτε εμπειρικά (με το μάτι) είτε με ψηφιακά	Γραμμική Συσχέτιση ποσοτικών μεταβλητών και διαγράμματα διασποράς (5 ώρες)	• Εξηγούν τη γραμμική συσχέτιση δύο ποσοτικών μεταβλητών από τα διαγράμματα διασποράς μέσω απλών παραδειγμάτων, όπως ηλικία άνδρα και γυναίκας σε ένα ζευγάρι, βαθμός σε κάποιο μάθημα και ώρες στο διαδίκτυο, κ.α. (Δ21) • Κατασκευάζουν το διάγραμμα διασποράς εξηγώντας ποια μεταβλητή θα βάλουν στον άξονα των τετμημένων και ποια στον άξονα των τεταγμένων. • Διακρίνουν τη θετική γραμμική συσχέτιση (αύξηση της μιας μεταβλητής οδηγεί στην αύξηση της άλλης) από την αρνητική (αύξηση της μιας μεταβλητής οδηγεί στην ελάττωση της άλλης). • Κρίνεται απαραίτητο να μην ερμηνευθεί η ύπαρξη συσχέτισης με όρους αιτίου-αιτιατού. Πχ, το μέγεθος του παπουτσιού που φορά ένα παιδί και η ικανότητα στην ανάγνωση, ενώ έχουν εξαιρετικά μεγάλη γραμμική συσχέτιση, προφανώς δεν έχουν αιτιώδη σχέση , αλλά επηρεάζονται από ένα τρίτο παράγοντα, την ηλικία (συγχυτικός παράγων). Να αποσαφηνιστεί η διαφοροποίηση των εννοιών ανεξαρτησίας και συσχέτισης. • Υπολογίζουν τον συντελεστή συσχέτισης του Pearson, ενός μέτρου που υποδεικνύει τη γραμμική συσχέτιση των δύο ποσοτικών μεταβλητών (Δ22, Δ23). Προτείνεται να δοθεί ο τύπος: $r=\frac{\sum_{i=1}^{\nu}x_i y_i-\overline{x}\cdot\overline{y}}{\nu\cdot s_X\cdot s_Y}$, όπου $\overline{x},\overline{y}$ οι δειγματικές μέσες τιμές και s_X, s_Y οι δειγματικές τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών X και Y και ν το μέγεθος του δείγματος. • Δίνονται οι ερμηνείες για τον συντελεστή συσχέτισης r και ότι οι τιμές του ανήκουν

εργαλεία, αξιοποιώντας το διάγραμμα διασποράς και την τιμή του συντελεστή του Pearson.		στο [-1,1] (Δ24). Να αναφερθεί ότι για τιμές του συντελεστή r κοντά στο 0, υπάρχει απουσία γραμμικής συσχέτισης και όχι γενικά συσχέτισης μεταξύ των δύο μεταβλητών. • Στο διάγραμμα διασποράς η ύπαρξη της γραμμικής συσχέτισης δύο μεταβλητών X και Y οδηγεί τους μαθητές/μαθήτριες στην αναζήτηση μιας ευθείας γραμμής που θα προσαρμόζεται καλά στα δεδομένα (απλό γραμμικό μοντέλο). Με τη βοήθεια αυτής της ευθείας διερευνούν τον τρόπο εκτίμησης των τιμών της μιας μεταβλητής από τις τιμές της άλλης (Δ23, Δ25).

<u>Παραδείγματα δραστηριοτήτων</u>

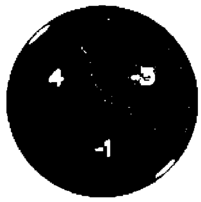
Δ1. Η Άννα και ο Βασίλης παίζουν το γνωστό παιχνίδι «πέτρα, ψαλίδι, χαρτί».

a) Ο Βασίλης σκέφτηκε να διαλέγει συνέχεια «πέτρα». Πιστεύετε ότι αυτή η στρατηγική του δίνει πλεονέκτημα έναντι της Άννας;

b) Η Άννα πρότεινε να αλλάξουν το παιχνίδι και να παίξουν «πέτρα, ψαλίδι, μολύβι, χαρτί». Αν ο Βασίλης διατηρήσει την ίδια στρατηγική, τότε ευνοείται από την αλλαγή του παιχνιδιού ή όχι, κατά τη γνώμη σας;

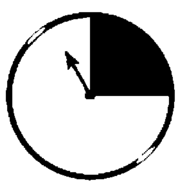
Δ2. Παρακάτω περιγράφονται δύο παιχνίδια για δύο παίκτες.

Παιχνίδι 1: Οι δύο παίκτες ο Α και ο Β στρίβουν ένα κέρμα δύο φορές ο καθένας και καταγράφουν τα αποτελέσματα. Ο παίκτης Α κερδίζει αν έρθει δύο φορές γράμματα. Ο παίκτης Β κερδίζει αν έρθει διαφορετικό αποτέλεσμα σε κάθε ρίψη.



Παιχνίδι 2: Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένας δίσκος χωρισμένος σε τρεις ίσους κυκλικούς τομείς, από τους οποίους καθένας έχει άλλο χρώμα και έναν διαφορετικό αριθμό επάνω του. Το βέλος περιστρέφεται και σταματά. Αν σταμάτησε σε θετικό αριθμό κερδίζει ο παίκτης Α, ενώ αν σταμάτησε σε αρνητικό αριθμό κερδίζει ο παίκτης Β.

- Θεωρείτε ότι τα παραπάνω παιχνίδια είναι δίκαια και για τους δύο παίκτες;
- Πώς το εξηγείτε;
- Αν όχι, τι θα μπορούσε να αλλάξει ώστε να γίνουν;



Δ3. Παιχνίδι 3: Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένας δίσκος χωρισμένος σε έναν κίτρινο και έναν μπλε τομέα. Ο παίκτης Α περιστρέφει μία φορά το βέλος. Κερδίζει αν το βέλος βρεθεί σε μπλέ περιοχή, αλλιώς κερδίζει ο Β. Ποια είναι η πιθανότητα να κερδίσει ο παίκτης Α;

Δ4. Οι μαθητές/τριες ενός Λυκείου έχουν τη δυνατότητα να συμμετέχουν στις παρακάτω δραστηριότητες:

- Θεατρική ομάδα
- Ομάδα στίβου
- Όμιλος μουσικής

Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους μαθητές/τριες του Λυκείου. Έστω ότι η πιθανότητα να συμμετέχει ο/η μαθητής/τρια που επιλέγουμε:

- στη θεατρική ομάδα είναι ίση με $\frac{2}{5}$,
- στην ομάδα στίβου είναι ίση με $\frac{7}{15}$,
- στον όμιλο μουσικής είναι ίση με $\frac{1}{4}$.

a) Θεωρείτε ότι σε αυτό το σχολείο απαγορεύεται ένας/μία μαθητής/τρια να συμμετάσχει σε πάνω από μία δραστηριότητες;

b) Αν η πιθανότητα του ενδεχομένου «επιλέγουμε έναν/μία μαθητή/τρια που συμμετέχει στη θεατρική ομάδα ή στην ομάδα στίβου» είναι μικρότερη από $\frac{13}{15}$, τι μπορούμε να συμπεράνουμε;

c) Αν η πιθανότητα του ενδεχομένου «επιλέγουμε έναν/μία μαθητή/τρια που συμμετέχει στη θεατρική ομάδα ή στην ομάδα στίβου» είναι ίση με $\frac{23}{30}$, τότε ποια είναι η πιθανότητα των ενδεχομένων:

- «επιλέγουμε έναν/μία μαθητή/τρια που συμμετέχει στη θεατρική ομάδα και στην ομάδα στίβου»
- «επιλέγουμε έναν/μία μαθητή/τρια που να συμμετέχει στην θεατρική ομάδα, αλλά όχι στην ομάδα στίβου»;

Δ5. Α. Σε ένα συγκεκριμένο μαιευτήριο κρατείται αρχείο γεννήσεων και, όπως είναι αναμενόμενο, καταγράφεται το φύλο κάθε νεογέννητου. Ποιο από τα δύο παρακάτω ενδεχόμενα είναι πιθανότερο;

- τα 2 πρώτα παιδιά του χρόνου είναι αγόρια.
- τα 5 πρώτα παιδιά του χρόνου είναι αγόρια.

Β. Έχετε να τοποθετήσετε τρεις επιστολές σε φακέλους. Επίσης έχετε στη διάθεσή σας τέσσερις φακέλους διαφορετικού χρώματος: κίτρινο, μπλε, κόκκινο και πράσινο. Μόνο μία επιστολή μπαίνει σε κάθε φάκελο. Αν κάνετε τυχαία την επιλογή των φακέλων που θα χρησιμοποιήσετε, πόσοι τρόποι υπάρχουν να τοποθετηθούν οι επιστολές στους φακέλους:

α) αν η πρώτη επιστολή είναι ευχαριστήρια, η δεύτερη είναι συγχαρητήρια και η τρίτη είναι πρόσκληση;

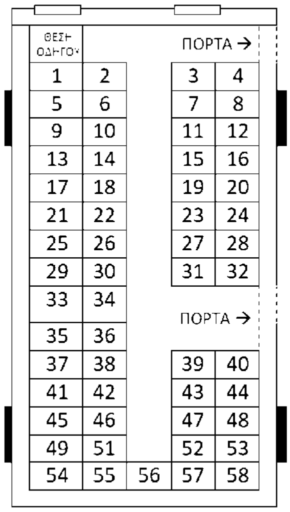
β) αν και οι τρεις επιστολές είναι ακριβώς ίδιες;

Δ6. Δύο φοιτητές, ο Βαγγέλης και η Μαρία θέλουν να ταξιδέψουν με το λεωφορείο που εκτελεί το δρομολόγιο των 5:30 «Αθήνα-Πάτρα», αλλά υπάρχουν μόνο 4 κενές θέσεις, οι 2, 13, 14 και 56. Για τις 4 αυτές θέσεις υπάρχουν 7 υποψήφιοι επιβάτες (μαζί με το Βαγγέλη και τη Μαρία). Όμως κανείς τους δεν προηγείται γίνει κλήρωση μεταξύ τους για το ποιος θα ταξιδέψει με αυτό το δρομολόγιο. Να βρείτε την πιθανότητα να ταξιδέψουν και τα δύο παιδιά:

a) ο Βαγγέλης στη θέση 56 κι η Μαρία στη θέση 2,

b) σε διπλανές θέσεις,

c) χωρίς να είναι σε διπλανές θέσεις.



Κάτοψη του λεωφορείου

Δ7. Σε μια εκπομπή δημόσιας συζήτησης συγκεκριμένου τηλεοπτικού καναλιού το κοινό καλείται να ψηφίσει, αν συμφωνεί με την Α άποψη ή τη Β άποψη. Να αναφέρετε δύο λόγους για τους οποίους τα αποτελέσματα της ψηφοφορίας δεν μπορεί να γενικευτούν σε ολόκληρο τον πληθυσμό της χώρας.

Δ8. Για της ανάγκες μιας έρευνας συγκεντρώσαμε στοιχεία από διερχόμενα οχήματα σε κάποιο συγκεκριμένο σημείο της πόλης κατά τη διάρκεια ενός εικοσιτετραώρου. Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται μερικά από τα στοιχεία αυτά.

Είδος οχήματος	**Χρώμα οχήματος**	**Ταχύτητα σε Km/h**	**Πλήθος επιβατών**
Φορτηγό	Κόκκινο	26	2
Αυτοκίνητο ΙΧ	Γκρι	38	4
Ποδήλατο	Πράσινο	13	1
Λεωφορείο	Λευκό	34	25
Μοτοσικλέτα	Μαύρο	62	2

Ποιες είναι οι μεταβλητές της έρευνας και ποιο το είδος τους;

Δ9. Παρακάτω δίνονται οι χρόνοι, στρογγυλοποιούμενοι στο δέκατο του δευτερολέπτου, που απαιτήθηκαν για να τρέξουν 50 αθλητές έναν αγώνα δρόμου 400 m.

52	55,3	50	56,4	59,1	54,2	56,7	54,4	57,1	53,7
55,2	60	58	59,2	56	61	52,5	56,5	58,5	55
55,2	57,3	54,3	51,5	57	53	55,4	55,6	52,4	58,5
56,4	59,1	54,2	56,7	55,3	50	56,4	60	54,3	56,7
54,3	51,5	57	53	54,9	55,6	52	55,3	50	58,4

a) Ποιο είναι το είδος της μεταβλητής, ποιος ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος χρόνος;

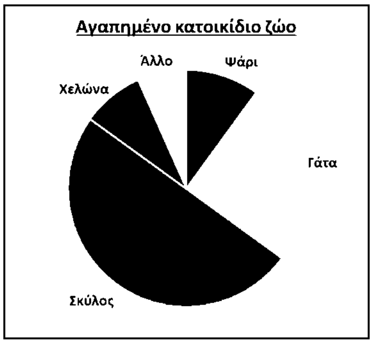
b) Τι έχετε να παρατηρήσετε για το πλήθος των τιμών των παρατηρήσεων σε σχέση με το πλήθος των παρατηρήσεων;

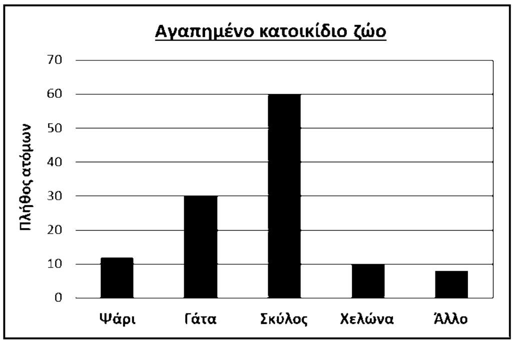
c) Ξεκινώντας από το μικρότερο χρόνο και με βήμα 2 sec, ποιες κλάσεις της μορφής [α,β) δημιουργούνται στις οποίες περιέχονται όλες οι παρατηρήσεις;

d) Να παρουσιαστούν οι παρατηρήσεις, ομαδοποιημένες στις παραπάνω κλάσεις ίσου πλάτους, σε έναν πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.

e) Να παραστήσετε τα δεδομένα με ιστόγραμμα συχνοτήτων και με πολύγωνο συχνοτήτων.

Δ10. Ρωτήθηκαν 120 άτομα για το αγαπημένο τους κατοικίδιο ζώο και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται με ένα κυκλικό διάγραμμα και ένα ραβδόγραμμα.

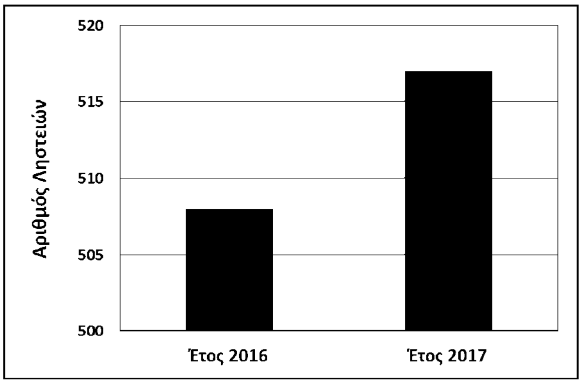




a) Να κάνετε μια ερώτηση που μπορεί να απαντηθεί πιο εύκολα από το ραβδόγραμμα.

b) Να κάνετε μια ερώτηση που μπορεί να απαντηθεί πιο εύκολα από το κυκλικό διάγραμμα.

Δ11. Σε ένα τηλεοπτικό κανάλι, ένας δημοσιογράφος σχολίασε την παρακάτω γραφική παράσταση ως εξής: «*Η γραφική παράσταση δείχνει ότι σημειώθηκε τεράστια αύξηση του αριθμού των ληστειών το έτος 2017 σε σχέση με το έτος 2016*».



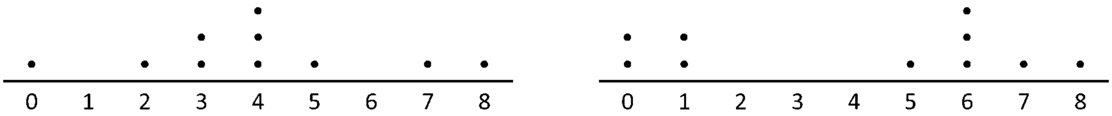
Νομίζετε ότι ο δημοσιογράφος του καναλιού αυτού ερμήνευσε σωστά την παραπάνω γραφική παράσταση; Να γράψετε ένα επιχείρημα που να τεκμηριώνει την απάντησή σας.

Δ12. Μία ομάδα δέκα μαθητών/τριών μέτρησε το μήκος ενός θρανίου με ακρίβεια δέκατου του εκατοστού του μέτρου (χιλιοστού του μέτρου). Οι μαθητές/μαθήτριες χρησιμοποίησαν την ίδια μετροταινία και κατέγραψαν τις τιμές των δέκα μετρήσεων όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Μήκος σε cm	120,2	120,1	119,8	120,1	119,7	120,3	120,2	119,9	120,1	119,8

a) Να αναφέρετε δύο λόγους, που κατά τη γνώμη σας, δικαιολογούν τις διαφορές στις μετρήσεις του θρανίου.
b) Πώς υπολογίζουμε τη μέση τιμή των μετρήσεων;
c) Ποια είναι η τιμή του μήκους του θρανίου που θα χρησιμοποιήσουμε;
d) Για ποιο λόγο είναι χρήσιμος ο υπολογισμός της μέσης τιμής πολλών μετρήσεων;
e) Δικαιολογήστε με παράδειγμα, που θα δημιουργήσετε από τις τιμές του πίνακα, γιατί ζητήθηκε από τους μαθητές να κάνουν δέκα μετρήσεις και όχι λιγότερες (π.χ. τρείς μετρήσεις).

Δ13. Α. Στα επόμενα σημειογράμματα φαίνονται οι πόντοι που σημείωσαν οι 10 καλαθοσφαιριστές κάθε μιας από τις δυο ομάδες μπάσκετ στο ημίχρονο ενός αγώνα.



a) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των πόντων που σημείωσαν οι 10 καλαθοσφαιριστές κάθε ομάδας στο ημίχρονο.
b) Να σχεδιάσετε το θηκόγραμμα σε κάθε μια από τις δύο παραπάνω περιπτώσεις, υπολογίζοντας τα μέτρα που απαιτούνται.
c) Πώς θα υπολογίσουμε τη μέση τιμή των τετραγώνων των διαφορών των παρατηρήσεων από τη μέση τιμή τους; Περιγράψτε τη διαδικασία και τις αριθμητικές πράξεις που απαιτούνται για κάθε ομάδα ξεχωριστά.

Β. Στα επόμενα δύο σχήματα οι κουκίδες συμβολίζουν δυο ομάδες, που η κάθε μια αποτελείται από 10 βαρίδια ίδιου βάρους, τοποθετημένα πάνω σε δυο αβαρείς ράβδους αντίστοιχα, αριθμημένες έτσι ώστε οι αποστάσεις των διαδοχικών αριθμών να είναι ίσες.

a) Να εξηγήσετε το λόγο για τον οποίο αν τοποθετήσουμε μια τριγωνική σφήνα στη θέση 4 σε κάθε ράβδο, τότε αυτές ισορροπούν. Ποια είναι η φυσική ερμηνεία της μέσης τιμής των βαρών σε σχέση με το σημείο ισορροπίας αυτών;
b) Είναι το εύρος, στην παραπάνω περίπτωση, ένα αξιόπιστο μέτρο μεταβλητότητας των βαρών των δυο ομάδων;
c) Ποια είναι η διακύμανση των βαρών κάθε ομάδας;

Δ14. Η μέση τιμή των μηνιαίων μισθών των υπαλλήλων μιας εταιρείας είναι 1200 ευρώ και η τυπική απόκλιση 100 ευρώ.
a) Αν γίνει μια κράτηση σε κάθε μηνιαίο μισθό κατά 50 ευρώ, τότε ποια μεταβολή επέρχεται στη μέση τιμή, στην τυπική απόκλιση και στον συντελεστή μεταβλητότητας των μισθών;
b) Αν γίνει μια κράτηση σε κάθε μηνιαίο μισθό κατά 5%, τότε ποια μεταβολή επέρχεται στη μέση τιμή, στην τυπική απόκλιση και στον συντελεστή μεταβλητότητας των μισθών;

Δ15. Ο πόρτες που κατασκευάζει μια εταιρία είναι τυποποιημένες με ύψος 183 cm. Θεωρούμε ότι τα ύψη των ενηλίκων στην Ελλάδα ακολουθούν κανονική κατανομή με μέση τιμή 171 cm και τυπική απόκλιση 6 cm.
a) Παίρνουμε ένα πολύ μεγάλο δείγμα ενηλίκων στην Ελλάδα. Να εκτιμήσετε το ποσοστό των ενήλικων του

δείγματος και που είναι ψηλότεροι από την πόρτα.

b) Να βρείτε ποιο πρέπει να είναι το ύψος της πόρτας, ώστε αν επιλέξουμε τυχαία έναν ενήλικα στην Ελλάδα, η πιθανότητα να είναι ψηλότερος/η από την πόρτα να είναι περίπου 0,15%;

Δ16. Σε ένα Γενικό Λύκειο καταγράφηκαν το φύλο και η ομάδα προσανατολισμού σπουδών που επέλεξαν οι 50 μαθητές/μαθήτριες της Β΄ τάξης. Συγκεκριμένα, 11 αγόρια επέλεξαν την ομάδα προσανατολισμού Ανθρωπιστικών Σπουδών και 18 αγόρια επέλεξαν την ομάδα προσανατολισμού Θετικών Σπουδών. Αντίστοιχα, 9 κορίτσια επέλεξαν την ομάδα προσανατολισμού Ανθρωπιστικών Σπουδών και 12 κορίτσια την ομάδα προσανατολισμού Θετικών Σπουδών.

a) Να οργανώσετε τα παραπάνω δεδομένα σε έναν πίνακα συνάφειας που να περιέχει τις απόλυτες συχνότητες και τις σχετικές συχνότητες:
- ως προς το σύνολο των μαθητών/τριών της Β΄ Λυκείου
- ως προς το φύλο (γραμμές)
- ως προς την ομάδα προσανατολισμού Σπουδών (στήλες)

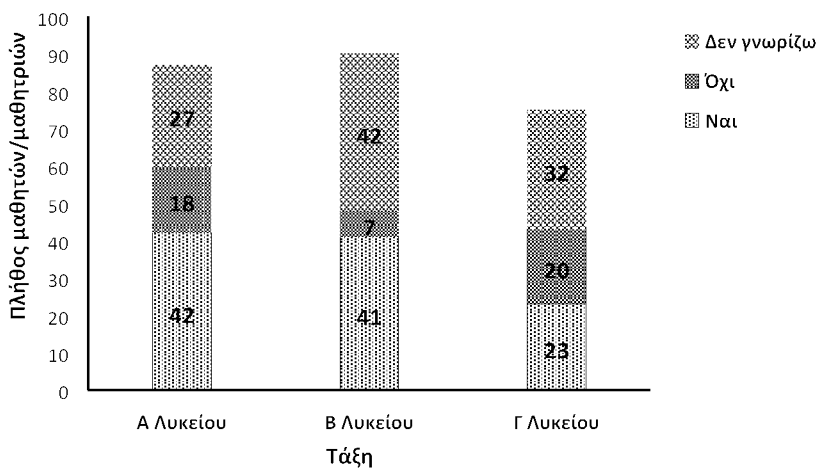
b) Να κατασκευάσετε κατάλληλα γραφήματα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων
α) ως προς το σύνολο των μαθητών/τριών της Β΄ Λυκείου
β) ως προς το φύλο (γραμμές)
γ) ως προς την ομάδα προσανατολισμού Σπουδών (στήλες)

c) Θα μπορούσατε να πείτε εάν το φύλο παίζει ρόλο στην επιλογή της ομάδας προσανατολισμού σπουδών;

Δ17. Στα πλαίσια μιας έρευνας που διενεργήθηκε σε 252 μαθητές/μαθήτριες ενός Λυκείου σχετικά με τους Παραολυμπιακούς αγώνες τέθηκε η ερώτηση: «Υπάρχει διαφορά μεταξύ των Special Olympics (SO) και των Παραολυμπιακών Αγώνων (ΠΑ);» Οι απαντήσεις των μαθητών/τριών του σχολείου αναπαριστώνται στο διπλανό στοιβαγμένο ραβδόγραμμα:

a) Ποιες ήταν οι πιθανές απαντήσεις των μαθητών/τριών του Λυκείου;

b) Αθροίστε τις επιμέρους τιμές των ομοιόμορφα διαγραμμισμένων ράβδων. Ποιο είναι το άθροισμά τους; Να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα. Να βρείτε τα ποσοστά των μαθητών/τριών του Λυκείου που έδωσαν κάθε διαφορετική απάντηση.

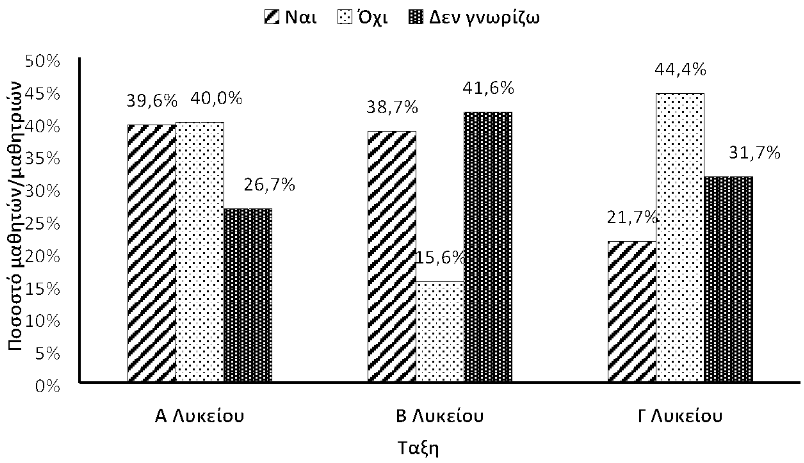


c) Αθροίστε τις επιμέρους τιμές των ράβδων μέσα στην κάθε τάξη. Ποιο είναι το άθροισμά τους. Να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα. Να βρείτε τα αντίστοιχα ποσοστά.

d) Στο σύνολο των μαθητών/τριών του Λυκείου, πόσοι μαθητές/μαθήτριες από κάθε τάξη ήταν σίγουροι ότι δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ (SO) και (ΠΑ); Τι ποσοστό ήταν από κάθε τάξη;

e) Στο σύνολο των μαθητών/τριών του Λυκείου, ποιας τάξης οι μαθητές/μαθήτριες φαίνεται να είναι καλύτερα ενημερωμένοι ως προς το γεγονός ότι υπάρχει διαφορά μεταξύ των (SO) και των (ΠΑ) και σε τι ποσοστό, επί του συνόλου των μαθητών/τριών του Λυκείου;

Δ18. Στα πλαίσια της ίδιας έρευνας (**Δ17**) για την ίδια ερώτηση δίνεται το παρακάτω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων ως προς τις απαντήσεις του ερωτήματος.



a) Από τους μαθητές/μαθήτριες του Λυκείου που απάντησαν Ναι στην ερώτηση, ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών/τριών που αντιστοιχεί σε κάθε τάξη;
b) Από τους μαθητές/μαθήτριες του Λυκείου που απάντησαν Όχι στην ερώτηση, ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών/τριών που αντιστοιχεί στην τάξη της Β΄ Λυκείου και ποιο το ποσοστό που αντιστοιχεί στην τάξη της Γ Λυκείου;
c) Συγκρίνοντας τα ύψη των ράβδων του γραφήματος, μπορείτε να πείτε εάν τελικά οι απαντήσεις των μαθητών/τριών στο ερώτημα σχετίζονται με την τάξη στην οποία βρίσκονται;

Δ19. Στους επόμενους πίνακες δίνονται οι βαθμολογίες των μαθητών/τριών δύο τμημάτων της Β΄ τάξης ενός γενικού λυκείου σε μια γραπτή αξιολόγηση της Άλγεβρας:

ΤΜΗΜΑ Β1			
20	17	14	10
20	17	13	9
19	16	12	9
19	16	11	8
17	15	10	8

ΤΜΗΜΑ Β2			
20	19	14	11
20	19	14	10
20	18	14	9
20	15	13	9
19	15	12	8

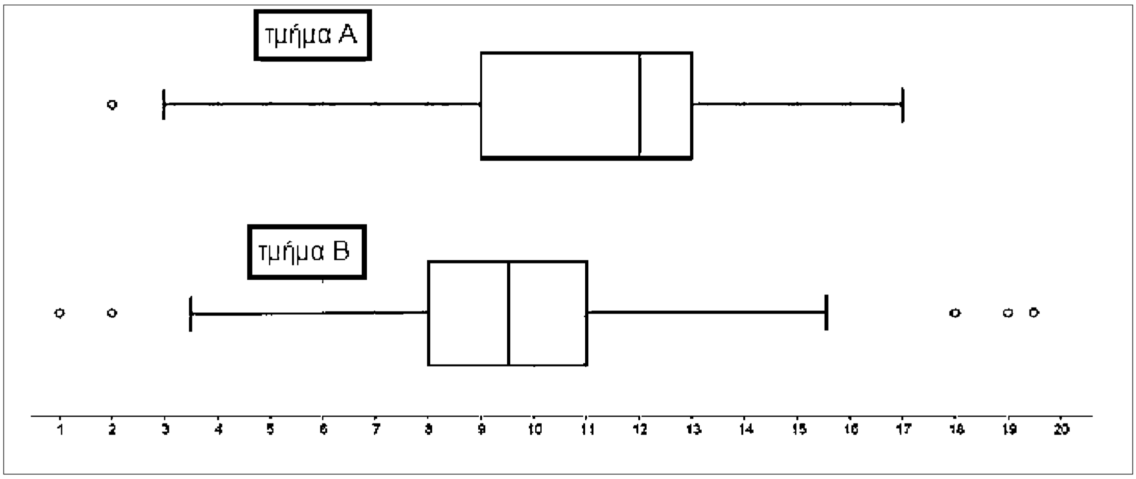
a) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση της βαθμολογίας των μαθητών/τριών σε κάθε τμήμα. Ποια πρώτη εικόνα σας δίνουν τα αποτελέσματα των παραπάνω στατιστικών μέτρων για την επίδοση κάθε τμήματος;
b) Να βρείτε τους συντελεστές μεταβλητότητας (CV) και να συγκρίνετε τα δύο τμήματα ως προς την

ομοιογένειά τους.

c) Ο καθηγητής θέλει να δώσει βραβείο στους μαθητές/μαθήτριες κάθε τμήματος που πήραν βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο από το 75% των μαθητών/τριών του τμήματος και να δώσει επιπλέον εργασία για το σπίτι στους μαθητές/μαθήτριες που πήραν βαθμό μικρότερο ή ίσο από το 25% των μαθητών/τριών του τμήματος. Να βρείτε τους βαθμούς των μαθητών/τριών που θα βραβευτούν και τους βαθμούς των μαθητών/τριών που θα πάρουν επιπλέον εργασία.

d) Να κατασκευάσετε τα θηκογράμματα για κάθε τμήμα.

Δ20. Τα παρακάτω θηκογράμματα παρουσιάζουν τους βαθμούς των μαθητών/τριών δύο τμημάτων Α και Β σε ένα μαθηματικό διαγωνισμό.



a) Να βρείτε ποιο από τα δύο τμήματα έχει το μεγαλύτερο εύρος βαθμών.

b) Να βρείτε ποιο από τα δύο τμήματα έχει το μεγαλύτερο ενδοτεταρτημοριακό εύρος βαθμών;

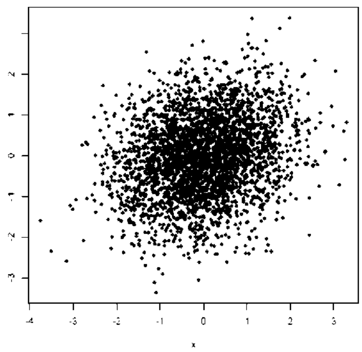
c) Σε ποιο από τα δύο τμήματα φαίνεται να είναι πιο συμμετρική γύρω από τη διάμεσο η κατανομή των βαθμών;

d) Να γράψετε μια μικρή αναφορά για το ποιο τμήμα θα μπορούσε να είναι το καλύτερο.

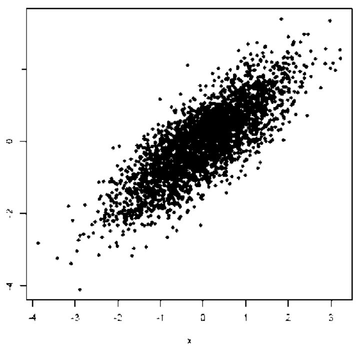
e) Να βρείτε το τμήμα και τη βαθμολογία των δύο μαθητών/τριών με τον καλύτερο βαθμό.

Δ21. Δίνονται τα επόμενα διαγράμματα διασποράς δύο μεταβλητών Χ και Υ.

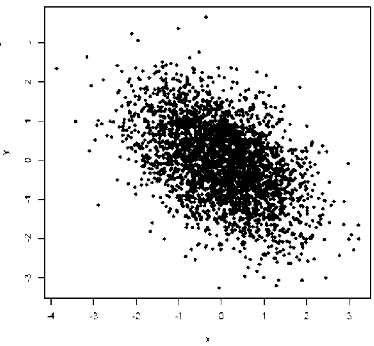
Α.



Β.



Γ.



a) Να συμπληρώσετε τις επόμενες προτάσεις:

- Τα διαγράμματα διασποράς που παρουσιάζουν θετική γραμμική συσχέτιση είναι ……………..… .

- Το διάγραμμα διασποράς που παρουσιάζει αρνητική γραμμική συσχέτιση είναι ……………… .
- Το διάγραμμα διασποράς που παρουσιάζει ισχυρή θετική γραμμική συσχέτιση είναι …………… .
- Το διάγραμμα διασποράς που παρουσιάζει ασθενή θετική γραμμική συσχέτιση είναι …………… .

b) Εάν πιθανές τιμές του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης είναι 0.8, 0.2 και-0.5 να τις αντιστοιχίσετε με τα παραπάνω διαγράμματα.

Δ22. Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ηλικίες και οι (συστολικές) πιέσεις αίματος 10 γυναικών.

Ηλικία (x) σε έτη	56	42	72	36	63	47	55	49	38	60
Πίεση αίματος (y) σε ακέραια προσέγγιση cm Hg	17	12	14	10	13	09	11	08	11	15

a) Να σημειώσετε σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων τα σημεία (x, y) σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα, όπου x είναι η ηλικία των γυναικών σε έτη και y είναι η πίεση αίματος των γυναικών σε cm Hg.

b) Να υπολογίσετε και να ερμηνεύσετε τον συντελεστή γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των μεταβλητών της ηλικίας των γυναικών σε έτη (x) και της πίεσης τους σε cm Hg (y).

Δ23. Τα παρακάτω δεδομένα παριστάνουν τους βαθμούς (στην κλίμακα του 100) 10 μαθητών/τριών της Β΄ τάξης του Γενικού Λυκείου στα μαθήματα της Φυσικής (X) και των Μαθηματικών (Y) κορμού σε μια γραπτή αξιολόγηση.

Βαθμός στη Φυσική	Βαθμός στα Μαθηματικά	Βαθμός στη Φυσική	Βαθμός στα Μαθηματικά
67	63	81	85
74	67	93	89
67	70	81	89
78	74	96	96
89	81	89	100

a) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς και να εκτιμήσετε από αυτό τον συντελεστή γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των βαθμών της Φυσικής (X) και των Μαθηματικών (Y) των 10 μαθητών/τριών της Β τάξης του Γενικού Λυκείου.

b) Να υπολογίσετε και να ερμηνεύσετε τον συντελεστή γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των βαθμών της Φυσικής (X) και των Μαθηματικών (Y) των 10 μαθητών/τριών της Β τάξης του Γενικού Λυκείου.

c) Να σχεδιάσετε «με το μάτι» την ευθεία που φαίνεται να προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα.

d) Πώς θα μπορούσατε να εκτιμήσετε τον βαθμό των Μαθηματικών ενός μαθητή της Β Λυκείου, εάν γνωρίζατε ότι στη Φυσική έγραψε 70;

Δ24. Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζονται οι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης των γραπτών βαθμολογιών στις εξετάσεις Ιουνίου σε 5 μαθήματα ενός τμήματος Β' τάξης γενικού λυκείου.

	Άλγεβρα	Βιολογία	Γλώσσα	Φυσική	Χημεία
Άλγεβρα	1,00				
Βιολογία	0,54	1,00			
Γλώσσα	0,76	0,81	1,00		
Φυσική	0,70	0,73	0,71	1,00	
Χημεία	0,41	0,80	0,67	0,66	1,00

Να εξετάσετε κατά πόσο υπάρχει, ισχυρή ή όχι, γραμμική συσχέτιση ανάμεσα στις βαθμολογίες στα 5 εξεταζόμενα μαθήματα των μαθητών/τριών αυτών.

Δ25. Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζονται στην πρώτη γραμμή οι τιμές (σε €) για διαφορετικά κράνη ποδηλασίας και στην δεύτερη γραμμή η βαθμολογία ποιότητας τους που έγινε από ειδικούς (σε μια κλίμακα από 0 έως 100, όπου όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή τόσο πιο ποιοτικό είναι το κράνος).

Τιμή (€)	35	22	33	42	50	23	29	18	39	28	20	25
Βαθμολογία ποιότητας	64	60	58	55	54	45	47	43	42	41	40	32

a) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς.
b) Υπάρχει γραμμική συσχέτιση ανάμεσα στην τιμή και την βαθμολογία ποιότητας;
c) Θα μπορούσαμε να πούμε με βεβαιότητα ότι αν αγοράσουμε πιο φθηνό κράνος θα έχει πιο χαμηλή ποιότητα;
d) Να σχεδιάσετε «με το μάτι» στο διάγραμμα διασποράς μια ευθεία που θα μπορούσε να περιγράφει τη σχέση του βαθμού ποιότητας ενός ποδηλατικού κράνους με τη τιμή του.

Η ισχύς αυτής της απόφασης αρχίζει από το σχολικό έτος 2020-2021.
Η απόφαση αυτή να δημοσιευθεί στην Εφημερίδα της Κυβερνήσεως.

Αθήνα, 9 Ιουλίου 2020

Η Υφυπουργός

ΣΟΦΙΑ ΖΑΧΑΡΑΚΗ