

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΣΑΒΒΑΤΟ 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x^2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Να αποδείξετε ότι  $f'(x) = 2x$ .

**Μονάδες 7**

**A2.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων.

**Μονάδες 6**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Ο συντελεστής μεταβολής δεν είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης.

**β.** Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) > 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .

**γ.** Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

**Μονάδες 6**

**A4.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ελλειπείς ισότητες και να τις συμπληρώσετε σωστά:

**α.**  $(\sqrt{x})' = \dots$

**β.**  $(f(g(x)))' = \dots$

**Μονάδες 6**

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ**ΘΕΜΑ Β**

Κατά τον μήνα Νοέμβριο οι απουσίες πέντε (5) μαθητών ήταν:  
25, 10, 5, 20, 15.

**B1.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  (μον.4) και το εύρος (μον. 3) του παραπάνω δείγματος των πέντε μαθητών.

**Μονάδες 7**

**B2.** Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$ .

**Μονάδες 7**

**B3.** Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV του δείγματος (μον. 6) και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές απαντώντας αιτιολογημένα (μον. 5).

**Μονάδες 11**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 - 9x^2 + \alpha x + 1$ , όπου  $x, \alpha \in \mathbb{R}$ .

**Γ1.** Αν ο ρυθμός μεταβολής της  $f$  για  $x = 1$  είναι ίσος με 0, να δείξετε ότι  $\alpha = 15$ .

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Για  $\alpha = 15$  να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $M(2, f(2))$ .

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Για  $\alpha = 15$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f(x)$  ως προς τη μονοτονία (μον. 6) και τα ακρότατα (μον. 2).

**Μονάδες 8**

**Γ4.** Για  $\alpha = 15$  να βρείτε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1}$$

**Μονάδες 5**

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

**Δ1.** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης (μον. 2) και να υπολογίσετε την παράγωγο  $f'(x)$  (μον. 4).

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Υποθέτουμε ότι ο χρόνος επιστροφής, σε λεπτά, από το σχολείο στο σπίτι για τους μαθητές μίας περιφέρειας ακολουθεί την κανονική κατανομή, με μέση τιμή και τυπική απόκλιση

$$\bar{x} = \frac{1}{f'(2)}, \quad s = \frac{1}{2f'(1)}$$

αντίστοιχα.

Να δείξετε ότι  $\bar{x} = 9$  και  $s = 2$ .

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Αν το πλήθος των μαθητών της περιφέρειας είναι 2000, πόσοι από αυτούς έχουν χρόνο επιστροφής από 5 έως 11 λεπτά (μον. 6) και πόσοι πάνω από 15 λεπτά (μον. 3);

**Μονάδες 9**

**Δ4.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση, στην περίπτωση που ο χρόνος επιστροφής των μαθητών της περιφέρειας αυξηθεί κατά 3 λεπτά.

**Μονάδες 4**

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ****ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**