

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μίας μεταβλητής X που αφορούν τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , $k \leq n$ και f_1, f_2, \dots, f_k οι σχετικές τους συχνότητες αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) $0 \leq f_i \leq 1$, για κάθε $i=1, 2, \dots, k$

β) $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$

Μονάδες 7

A2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται συνεχής στο πεδίο ορισμού της A ;

Μονάδες 4

A3. Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της A ;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $x > 0$, τότε $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$

β) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

- γ) Η αθροιστική συχνότητα N_i μιας κατανομής εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .
- δ) Στην κανονική κατανομή το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$, όπου \bar{x} η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.
- ε) Η διάμεσος (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται πάντα ως η μεσαία παρατήρηση.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = 2 - \frac{\kappa}{x}$, $\kappa \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$.

B1. Να δείξετε ότι η συνάρτηση g με $g(x) = xf'(x) + f(x)$ είναι σταθερή.

Μονάδες 5

B2. Να υπολογισθεί η τιμή του κ , αν γνωρίζουμε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(3,1)$.

Μονάδες 5

Για $\kappa = 3$:

B3. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο $B(1, f(1))$ της γραφικής παράστασης της f .

Μονάδες 5

B4. Να υπολογισθεί το εμβαδόν του τριγώνου που έχει κορυφές: την αρχή των αξόνων και τα σημεία στα οποία η εφαπτομένη του ερωτήματος B3, τέμνει τους άξονες x' και y' .

Μονάδες 5

B5. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 5

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΘΕΜΑ Γ

Υποθέτουμε ότι οι θερμοκρασίες (σε °C) σε μία περιοχή κατά τη διάρκεια ενός 24ώρου προσεγγίζονται από τις τιμές της συνάρτησης $\theta(t)=t-4\sqrt{t}+a$, όπου $a\in\mathbb{R}$ και $t\in(0,24]$ ο χρόνος σε ώρες.

Γ1. Να αποδείξετε ότι για $t\in(0,4]$ η θερμοκρασία μειώνεται και για $t\in(4,24]$ η θερμοκρασία αυξάνεται.

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε την τιμή του a αν γνωρίζετε ότι η ελάχιστη θερμοκρασία της περιοχής εντός του 24ώρου είναι -1°C .

Μονάδες 6

Γ3. Για $a=3$ να βρείτε τις ώρες που η θερμοκρασία της περιοχής είναι 0°C .

Μονάδες 5

Γ4. Να υπολογίσετε το $\lim_{t\rightarrow 4} \frac{\theta'(t)}{t^2-16}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Οι ηλικίες των εργαζομένων σε μια εταιρεία έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων.

ΗΛΙΚΙΕΣ (χρόνια)	x_i	v_i	$f_i \%$	N_i	$F_i \%$	$v_i x_i$
$[25,)$			x			
$[,)$			$x+20$			
$[,)$			$2x$			
$[,)$			x^2-6x	50		
ΣΥΝΟΛΟ						

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

Δ1. Να βρεθούν οι σχετικές συχνότητες f_i % $i=1,2,3,4$

Μονάδες 6

Δ2. Αν η διάμεσος της κατανομής των ηλικιών είναι $\delta=50$ χρόνια, να αποδείξετε ότι το πλάτος της κλάσης είναι $c=10$.

Μονάδες 8

Δ3. Αφού μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα συμπληρωμένο κατάλληλα, να υπολογίσετε την μέση τιμή \bar{x} των ηλικιών.

Μονάδες 6

Δ4. Πόσοι εργαζόμενοι, των οποίων οι ηλικίες ανήκουν στην πρώτη κλάση, πρέπει να προσληφθούν, ώστε η νέα μέση ηλικία να είναι 40 χρόνια;

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 18.30.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**