

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΕΤΑΡΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} , τότε να αποδείξετε ότι $[cf(x)]' = cf'(x)$, $x \in \mathbb{R}$, όπου c σταθερός πραγματικός αριθμός.

Μονάδες 10

A2. Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μιας μεταβλητής x , αν $\bar{x} > 0$ και πώς αν $\bar{x} < 0$;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση ποσοτικών δεδομένων (μονάδες 2).

β) Η παράγωγος της f στο x_0 εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του $y=f(x)$ ως προς x , όταν $x=x_0$ (μονάδες 2).

γ) Αν $x > 0$, τότε $(\ln x)' = -\frac{1}{x}$ (μονάδες 2).

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

- δ) Το εύρος, η διακύμανση και η τυπική απόκλιση των τιμών μιας μεταβλητής είναι μέτρα διασποράς (μονάδες 2).
- ε) $\lim_{x \rightarrow x_0} \eta_{\mu x} = \eta_{\mu x_0}, x_0 \in \mathbb{R}$ (μονάδες 2).

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 + \alpha x + \beta \text{ με } x \in \mathbb{R} \text{ και } \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

- B1.** Να βρεθεί το α , ώστε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο που η γραφική παράσταση τέμνει τον $y'y$, σχηματίζει με τον $x'x$ γωνία 45°

Μονάδες 8

- B2.** Αν $\alpha=1$ και $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + \beta x}{x + 1} = 6$, να βρεθεί το β .

Μονάδες 9

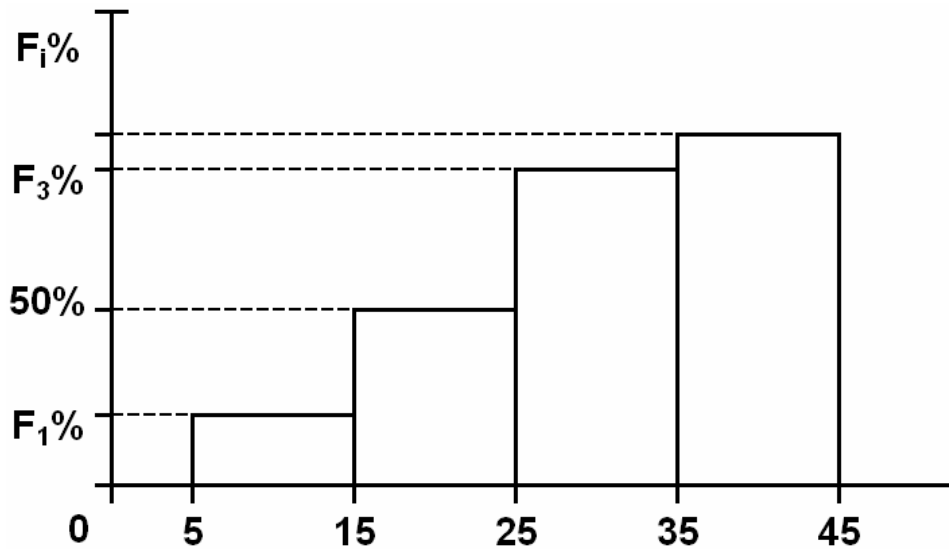
- B3.** Αν $\alpha=1, \beta=7$ και $g(x)=f(x)-x^3$ με $x \in \mathbb{R}$, να μελετηθεί η g ως προς την μονοτονία.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν οι μαθητές μιας τάξης για να λύσουν ένα μαθηματικό πρόβλημα ανήκουν στο διάστημα $[5,45)$ και έχουν ομαδοποιηθεί σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους. Τα δεδομένα των χρόνων εμφανίζονται στο παρακάτω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό.

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ



Γ1. Με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό, να υπολογίσετε τη διάμεσο των χρόνων που χρειάστηκαν οι μαθητές.

Μονάδες 4

Γ2. Στον επόμενο πίνακα συχνοτήτων της κατανομής των χρόνων, να αποδείξετε ότι $\alpha=8$ (μονάδες 3) και να τον μεταφέρετε κατάλληλα συμπληρωμένο στο τετράδιό σας (μονάδες 5).

Χρόνοι (λεπτά)	x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
$[5, \cdot)$		$\alpha+4$			
$[\cdot, \cdot)$		$3\alpha-6$			
$[\cdot, \cdot)$		$2\alpha+8$			
$[\cdot, 45)$		$\alpha-2$			
Σύνολο					

Μονάδες 8

Γ3. Να βρεθεί η μέση τιμή \bar{x} και η τυπική απόκλιση s των χρόνων.
(Δίνεται ότι: $\sqrt{84} \approx 9,17$)

Μονάδες 8

Γ4. Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν για να λύσουν το μαθηματικό πρόβλημα τουλάχιστον 37 λεπτά.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2}{x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$

Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 5

Δ2. Αν $0 < \alpha < \beta < \gamma < 3$ να αποδείξετε ότι το εύρος των τιμών $f(0)$, $f(\alpha)$, $f(\beta)$, $f(\gamma)$, $f(3)$ είναι $R=1,8$

Μονάδες 5

Δ3. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $\Sigma(1, f(1))$ έχει εξίσωση $\varepsilon: y = -x + 2$ (μονάδες 2).

Θεωρούμε δέκα σημεία (x_i, y_i) , $i=1,2,\dots,10$ της ευθείας ε τέτοια, ώστε οι τετμημένες τους x_i να έχουν μέση τιμή $\bar{x}=10$ και τυπική απόκλιση $s_x=2$. Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{y} και την τυπική απόκλιση s_y των τεταγμένων y_i των δέκα σημείων που επιλέξαμε (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Δ4. Έστω $M(x, f(x))$, $x > 0$ σημείο της γραφικής παράστασης της f . Η παράλληλη από το M προς τον άξονα $y'y$ τέμνει τον ημιάξονα Ox στο σημείο $K(x, 0)$ και η παράλληλη από το M προς τον άξονα $x'x$ τέμνει τον ημιάξονα Oy στο σημείο $\Lambda(0, f(x))$. Αν O είναι η αρχή των αξόνων να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλόγραμμου $OKMA$ γίνεται μέγιστο, όταν αυτό γίνει τετράγωνο.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.30 π.μ.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ