

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2015

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: 4(ΤΕΣΣΕΡΙΣ)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x), x \in \mathbb{R}$$

**Μονάδες 7**

**A2.** Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 4**

**A3.** Αν  $x_1, x_2, \dots, x_n$  είναι οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$  και  $w_1, w_2, \dots, w_n$  είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), να ορίσετε τον σταθμικό μέσο της μεταβλητής  $X$ .

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν για τη συνάρτηση  $f$  ισχύουν  $f'(x_0) = 0$  για  $x_0 \in (a, \beta)$ ,  $f'(x) > 0$  στο  $(a, x_0)$  και  $f'(x) < 0$  στο  $(x_0, \beta)$ , τότε η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο στο διάστημα  $(a, \beta)$  για  $x = x_0$ .

**β)** Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης στο πεδίο ορισμού της μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό μέγιστο.

**γ)** Η διακύμανση των παρατηρήσεων μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

- δ) Αν για τους συντελεστές μεταβολής των δειγμάτων A και B ισχύει  $CV_B > CV_A$ , τότε λέμε ότι το δείγμα B εμφανίζει μεγαλύτερη ομοιογένεια από το δείγμα A.
- ε) Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής αν για κάθε  $x_0 \in A$  ισχύει  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 - 3x + 4$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης f.

**Μονάδες 9**

**B2.** Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$ .

**Μονάδες 8**

**B3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο  $(2, f(2))$ .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Γ**

Θεωρούμε ένα δείγμα n παρατηρήσεων μιας συνεχούς ποσοτικής μεταβλητής X, τις οποίες ομαδοποιούμε σε 5 ισοπλατείς κλάσεις, όπως παρουσιάζονται στον **Πίνακα Ι**, όπου  $f_i\%$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  είναι οι σχετικές συχνότητες επί τοις εκατό των αντιστοίχων κλάσεων. Θεωρούμε ότι οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης είναι ομοιόμορφα κατανομημένες. Δίνεται ότι :

- Το ποσοστό των παρατηρήσεων του δείγματος που είναι μικρότερες του 10 είναι 10%.
- Το ποσοστό των παρατηρήσεων του δείγματος που είναι μεγαλύτερες ή ίσες του 16 είναι 30%.
- Στο κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων, η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στην 3<sup>η</sup> κλάση είναι  $108^\circ$ .
- Η μέση τιμή των παρατηρήσεων του δείγματος είναι  $\bar{x} = 14$ .

Κλάσεις	$f_i\%$
[8 , 10)	
[10 , 12)	
[12 , 14)	
[14 , 16)	
[16 , 18)	

**ΠΙΝΑΚΑΣ Ι**

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

Γ1. Να αποδείξετε ότι  $f_1\%=10, f_2\%=10, f_3\%=30, f_4\%=20, f_5\%=30$ . Δεν είναι απαραίτητο να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον Πίνακα Ι συμπληρωμένο.

Μονάδες 8

Γ2. Να εξετάσετε αν το δείγμα των παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.

Δίνεται ότι  $\sqrt{6,6} \approx 2,57$ .

Μονάδες 9

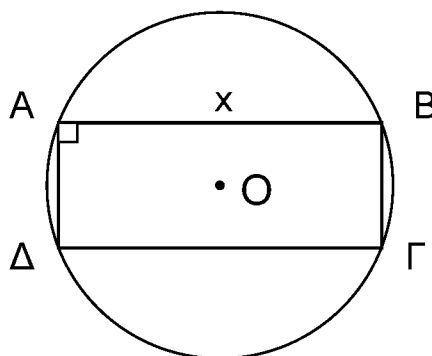
Γ3. Έστω  $x_1, x_2, x_3$  και  $x_4$  τα κέντρα της 1<sup>ης</sup>, 2<sup>ης</sup>, 3<sup>ης</sup> και 4<sup>ης</sup> κλάσης αντίστοιχα και  $v_1, v_2, v_3$  και  $v_4$  οι συχνότητες της 1<sup>ης</sup>, 2<sup>ης</sup>, 3<sup>ης</sup> και 4<sup>ης</sup> κλάσης αντίστοιχα. Αν

$$\sum_{i=1}^4 x_i v_i = 1780, \text{ βρείτε το πλήθος } n \text{ των παρατηρήσεων του δείγματος.}$$

Μονάδες 8

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται κύκλος  $(O, \rho)$  με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho=5$  και ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  εγγεγραμμένο στον κύκλο αυτόν με πλευρά  $AB=x$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα Ι.



ΣΧΗΜΑ Ι

Δ1. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου  $AB\Gamma\Delta$ , ως συνάρτηση του  $x$ , δίνεται από τον τύπο  $f(x) = x \cdot \sqrt{100 - x^2}$ ,  $0 < x < 10$ .

Μονάδες 5

Δ2. Να βρείτε την τιμή του  $x$  για την οποία το εμβαδόν του ορθογωνίου  $AB\Gamma\Delta$  γίνεται μέγιστο. Για την τιμή αυτήν του  $x$ , δείξτε ότι το ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο.

Μονάδες 6

Δ3. Να βρεθούν οι τιμές των  $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε η ευθεία  $y = \kappa \cdot x + \lambda$  να εφάπτεται στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  στο σημείο της  $(6, f(6))$ .

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογιστεί το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - \sqrt{99}}{98 \cdot x}$ .

Μονάδες 8

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

### ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω να συμπληρώσετε τα ατομικά στοιχεία μαθητή. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει. Μολύβι επιτρέπεται, **μόνο** αν το ζητάει η εκφώνηση, και **μόνο** για πίνακες, διαγράμματα κλπ.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.30 π.μ.

**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**