

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ
ΛΥΚΕΙΩΝ****ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2019****ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)****ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)****ΘΕΜΑ Α**

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης $f(x)=c$, όπου $x, c \in \mathbb{R}$ και c σταθερά, είναι ίση με 0, δηλαδή $f'(x)=(c)'=0$.

Μονάδες 7

A2. Αν x_1, x_2, \dots, x_n είναι οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n και w_1, w_2, \dots, w_n είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), να γράψετε τον τύπο με τον οποίο υπολογίζεται ο σταθμικός μέσος \bar{x} της μεταβλητής X .

Μονάδες 4

A3. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού A , μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό μέγιστό της.

β. Στο ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων ομαδοποιημένων δεδομένων, το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος n .

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

γ. Αν οι συναρτήσεις $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους, με $g(x) \neq 0$ για όλες τις τιμές του x , τότε ισχύει:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$$

- δ. Ο συντελεστής μεταβολής CV ενός δείγματος είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης των τιμών του δείγματος.
- ε. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

Μονάδες 10**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι τιμές 10 διαφορετικών προϊόντων ενός καταστήματος:

13, 12, $\lambda+5$, 9, 14, 15, κ , 12, 17, 13

όπου: $\lambda = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$

B1. Να δείξετε ότι $\lambda=2$.

Μονάδες 6

B2. Για $\lambda=2$ να υπολογίσετε την τιμή του κ , αν η μέση τιμή (\bar{x}) των προϊόντων είναι 12.

Μονάδες 6

B3. Για $\lambda=2$ και $\kappa=8$ να δείξετε ότι η τυπική απόκλιση (s) των τιμών των προϊόντων είναι 3.

Μονάδες 7

B4. Για $\lambda=2$ και $\kappa=8$ να εξετάσετε αν το δείγμα των τιμών των προϊόντων είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - ax + 2 ,$$

όπου $a \in \mathbb{R}$ σταθερά.

Γ1. Να βρείτε την τιμή του a ώστε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της $A(0, f(0))$ να σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45° .

Μονάδες 6

Γ2. Για $a = -1$ να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 8

Γ3. Για $a = -1$ να βρείτε το είδος και την τιμή των τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

Γ4. Για $a = -1$ να δείξετε ότι:

$$f(2019) + f(2020) > 2 \cdot f(1)$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = (\lambda - 3)x^2 - \lambda x + \lambda^2 - 6\lambda ,$$

όπου για τη σταθερά λ ισχύει $0 < \lambda < 3$.

Δ1. Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της $A(0, f(0))$ είναι $y = -\lambda x + \lambda^2 - 6\lambda$

Μονάδες 7

Δ2. Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της $A(0, f(0))$ σχηματίζει με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ τρίγωνο εμβαδού

$$E(\lambda) = \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot (\lambda - 6)^2$$

Μονάδες 7

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Δ3. Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε το εμβαδόν του παραπάνω τριγώνου να γίνει μέγιστο.

Μονάδες 6

Δ4. Για $\lambda = 2$ δίνονται τα σημεία $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$, $A_3(x_3, y_3)$, $A_4(x_4, y_4)$, $A_5(x_5, y_5)$ της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της $A(0, f(0))$. Αν οι τετμημένες x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 των σημείων A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 αντίστοιχα, έχουν τυπική απόκλιση $s_x = 2$, να βρείτε την τυπική απόκλιση s_y των τεταγμένων y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 των σημείων αυτών.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμία άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλου μελανιού**.
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17:00**.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ