

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ**  
**ΛΥΚΕΙΩΝ**

**ΠΕΜΠΤΗ 23 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2021**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης  $f(x) = x$  είναι  $f'(x) = 1$ , για κάθε  $x$  στο σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.

**Μονάδες 7**

**A2.** Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μίας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ .

**α.** Πώς ορίζεται η σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$  για  $i=1, 2, \dots, k$ ;

**Μονάδες 4**

**β.** Να αιτιολογήσετε γιατί ισχύει  $0 \leq f_i \leq 1$  για  $i=1, 2, \dots, k$ .

**Μονάδες 4**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Ισχύει ότι  $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$ .

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- β. Η παράγωγος της  $f$  στο  $x_0$  εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής του  $y = f(x)$  ως προς το  $x$ , όταν  $x = x_0$ .
- γ. Ισχύει ότι  $(\sin x)' = \eta\mu x$ .
- δ. Οι ποιοτικές ή κατηγορικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.
- ε. Πλάτος μίας κλάσης ονομάζεται η διαφορά του κατώτερου από το ανώτερο όριο της κλάσης.

**Μονάδες 10****ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^2 - \alpha x + 6$  με  $\alpha, x \in \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει  $f'(4) = 12$ .

- B1.** Να βρείτε την  $f'(x)$  (μον. 3) και να υπολογίσετε την τιμή του  $\alpha$  (μον. 3).

**Μονάδες 6**

- B2.** Για  $\alpha=4$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία της (μον. 5) και να βρείτε τα ακρότατά της (μον. 3).

**Μονάδες 8**

- B3.** Για  $\alpha=4$  να δείξετε ότι  $f(x) \geq 4$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 4**

- B4.** Για  $\alpha=4$  να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $A(-1, f(-1))$ .

**Μονάδες 7**

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ**ΘΕΜΑ Γ**

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν 50 μαθητές/μαθήτριες ενός ΕΠΑ.Λ, για να μεταβούν από το σπίτι στο σχολείο τους, έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους  $c$ , όπου

$$\frac{2}{c} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Χρόνος σε λεπτά	Συχνότητα $n_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$
[14, ...)	15	30	15
[..., ...)	20	40	...
[..., ...)	...	...	...
[..., ...)	5	...	50
Σύνολο	50	100	

**Γ1.** Να υπολογίσετε την τιμή του πλάτους  $c$ .

**Μονάδες 8**

**Γ2.** Για  $c=8$  να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 12**

**Γ3.** Για  $c=8$  να βρείτε το ποσοστό των μαθητών/μαθητριών που χρειάστηκαν τουλάχιστον μισή ώρα για να μεταβούν στο σχολείο τους.

**Μονάδες 5**

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω  $f$  παραγωγίσιμη συνάρτηση για την οποία ισχύει:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = x(3x - 2) - 8$$

για κάθε  $x \in [0, +\infty)$ .

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $f'(x) = 3x^2 - 2x - 8$ .

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Ένα σώμα κινείται σε έναν άξονα και η θέση του  $x$  τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση  $x(t) = f(t)$ , όπου το  $x$  μετριέται σε μέτρα και το  $t$  μετριέται σε δευτερόλεπτα.

Ζητούνται:

**α.** Η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή  $t=4$  δευτερόλεπτα.

**Μονάδες 5**

**β.** Η χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα είναι ακίνητο.

**Μονάδες 8**

**γ.** Η επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t=10$  δευτερόλεπτα.

**Μονάδες 7**

ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17:00**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ****ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**ΤΕΛΟΣ 5ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ