

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω $f(x)=c$, $x \in \mathbb{R}$ και c σταθερός πραγματικός αριθμός. Να αποδείξετε ότι $(c)'=0$

Μονάδες 7

A2. Αν t_1, t_2, \dots, t_n είναι οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n , τότε να ορίσετε τη μέση τιμή \bar{x} των παρατηρήσεων.

Μονάδες 4

A3. Έστω f μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού A . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A$;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν f_i είναι η σχετική συχνότητα της τιμής x_i μιας μεταβλητής X , τότε ισχύει: $0 \leq f_i \leq 1$

β) Αν x_i είναι η τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής X , τότε η αθροιστική σχετική συχνότητα F_i εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής x_i

γ) Αν τα ενδεχόμενα A, B, Γ ενός δειγματικού χώρου Ω είναι ανά δύο ασυμβίβαστα, τότε ισχύει:

$$P(A \cup B \cup \Gamma) = P(A) + P(B) + P(\Gamma)$$

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

δ) $(\sin x)' = \eta \mu x, x \in \mathbb{R}$

ε) Αν A, B είναι ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , τότε το ενδεχόμενο $A \cup B$ πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα A, B .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Οι ημέρες αδειας των υπαλλήλων μιας εταιρείας ομαδοποιούνται σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους, σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός ημερών (αδειας)	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
[6,...)		16			
[...,...)					
[...,...)					
[...,...)					
[...,26)					
Σύνολο					

Αν ισχύει ότι:

- στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων των ημερών αδειας το τόξο α_1 του κυκλικού τομέα, το οποίο αντιστοιχεί στην πρώτη κλάση, είναι 72° , και
- $3f_2 = 3f_5 = f_3 = f_4$, τότε:

B1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε κατάλληλα.

Μονάδες 8

B2. Να σχεδιάσετε στο τετράδιό σας (όχι σε μιλιμετρέ) το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.

Μονάδες 4

B3. Να βρείτε τον μέσο αριθμό ημερών αδειας και την τυπική απόκλιση του δείγματος.

(Δίνεται: $\sqrt{25,6} \approx 5,06$)

Μονάδες 8

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

B4. Να βρείτε το ποσοστό των υπαλλήλων που πήραν άδεια από 12 μέχρι 25 ημέρες.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$ ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης και $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $B = \{\omega_3, \omega_4, \omega_5\}$ δύο ενδεχόμενα του Ω , με $P(A) = \frac{1}{2}$. Αν είναι $P(\omega_1) = \alpha$, $P(\omega_2) = \beta$, με $26\alpha^2 - 10\alpha - 2\alpha\beta + \beta^2 + 1 = 0$, $P(\omega_3) = \gamma$ και η συνάρτηση $g(x) = P(\omega_4) x^3$, $x \in \mathbb{R}$, τότε:

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = \beta = \frac{1}{5}$ και $\gamma = \frac{1}{10}$

Μονάδες 9

Γ2. Να βρείτε το $P(\omega_4)$, αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της g , στο σημείο $(1, g(1))$, είναι παράλληλη προς την ευθεία $y = x$, και στη συνέχεια να βρείτε το $P(\omega_5)$

Μονάδες 6

Γ3. Αν είναι $P(\omega_4) = \frac{1}{3}$, $P(\omega_5) = \frac{1}{6}$, τότε να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων K , L , όπου:

K : «ένα μόνο από τα A και B να πραγματοποιείται»

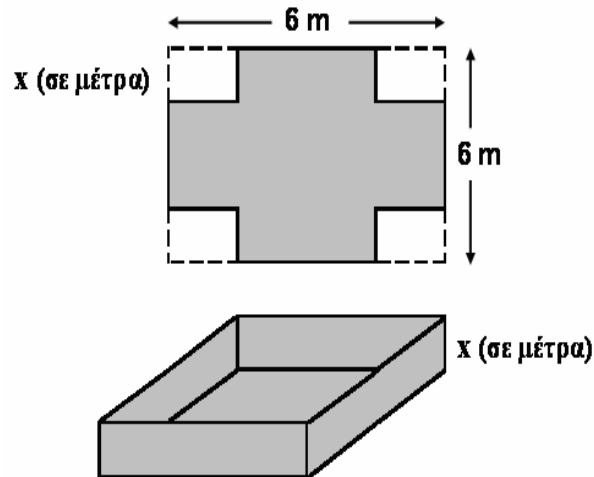
L : «να πραγματοποιείται το A ή να μην πραγματοποιείται το B ».

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Από ένα φύλλο λαμαρίνας σχήματος τετραγώνου πλευράς 6 μέτρων κατασκευάζεται μια δεξιαμενή σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, ανοικτή από πάνω. Από τις γωνίες του φύλλου λαμαρίνας κόβονται τέσσερα ίσα τετράγωνα πλευράς x μέτρων, $0 < x < 3$ και στη συνέχεια οι πλευρές της διπλώνονται προς τα επάνω, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ



- Δ1.** Να αποδείξετε ότι ο όγκος της δεξαμενής ως συνάρτηση του x είναι

$$f(x) = 4x(3-x)^2, \quad 0 < x < 3$$

(Δίνεται ότι ο όγκος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου διαστάσεων α, β, γ είναι $V = \alpha\beta\gamma$).

Μονάδες 4

- Δ2.** Να βρείτε για ποια τιμή του x η δεξαμενή έχει μέγιστο όγκο.

Μονάδες 6

- Δ3.** Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+2) - 8}{x}$

Μονάδες 4

- Δ4.** Θεωρούμε τις τιμές $y_i = f(x_i)$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$ με

$1 = x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 = 2$, οι οποίες έχουν μέση τιμή $\bar{y} = 12$, τυπική απόκλιση $s_y = 2$ και συντελεστή μεταβολής CV_y .

Να βρείτε το εύρος R των τιμών y_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5$. Στη συνέχεια να βρείτε τον αριθμό $\alpha \in \mathbb{R}$ με $-12 < \alpha < 0$ ο οποίος, αν προστεθεί σε καθεμιά από τις τιμές y_i , προκύπτει δείγμα με συντελεστή μεταβολής CV τέτοιον, ώστε

$$CV = 2CV_y + \frac{R}{12}$$

Μονάδες 6

Δ5. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα. Αν είναι $A \neq \emptyset$, $B \neq \emptyset$ και $A \subseteq B$, να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$\frac{P(A)}{P(B)} \leq \left(\frac{3 - P(B)}{3 - P(A)} \right)^2$$

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 18.30.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ